

## UMJESTO UVODA - UKRATKO O BUGOJNU

Dragi učenici, cijenjeni profesori i ostali gosti, dobrodošli u naš lijepi grad.

Danas u Bugojnu živi oko 40 000 stanovnika.

Uz Gimnaziju Bugojno postoje još dvije srednje škole, Mješovita srednja tehnička škola i Srednja stručna škola.

Ove škole su iznjedrile mnoge značajne ličnosti iz svijeta nauke, umjetnosti, sporta...

Od svoga postanka grad je bio otvoren za mnoge pozitivne priče, tako da se danas u Bugojnu održavaju veoma značajni festivali kao što su: Teatarski festival dramskih amatera FEDRA BIH, Susreti pozorišta/kazališta lutaka BiH, Bugojansko lutkarsko bijenale, TIFBU festival, kao i već tradicionalna međunarodna smotra mladih rukometaša pod pokroviteljstvom države Katar.

Tu je i tradicionalna manifestacija Bugojansko proljeće koja svake godine okuplja učenike svih osnovnih i srednjih škola, kao i ostalih organizacija, koje iskazuju svoje stvaralačke sposobnosti.

Smješten uz rijeku Vrbas, Bugojno predstavlja centralno mjesto Skopaljske doline.

Evo, danas je u Bugojnu i 57. FEDERALNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE učenika srednjih škola za školsku 2016./2017. godinu i mi smo veoma ponosni zbog toga što će naš grad preplaviti mladost koja će u budućnosti, siguran sam, predstavljati našu veliku snagu u nauci, umjetnosti, ekonomiji, sportu...

Dobro nam došli, osjećajte se lijepo, svi ste vi naši veliki pobjednici!

Direktor Gimnazije Bugojno

Mesud Šečić, prof.

## IN MEMORIAM



MAHMUT BAJRAKTAREVIĆ

1909. – 1985.

Prvi bosanskohercegovački doktor matematičkih nauka, rođen u Sarajevu. Doktorirao matematiku 1953. godine na Sorboni sa temom „Sigurne povratne iteracije“. Akademik Mahmut Bajraktarević je doprinio na poljima funkcionalnih jednačina, iterativnih nizova i divergentnih redova. Radio je na PMF-u u Sarajevu. Dobitnik je Šestoaprilske nagrade grada Sarajeva. Umro je u Bugojnu.

## PROGRAM

09:30 – 10:00 registracija takmičara

10:00 – 11:00 svečano otvaranje takmičenja i obraćanje učesnicima, raspodjela takmičara po učionicama

11:00 – 14:30 izrada zadataka

11:15 – 12:00 predavanje za profesore pratioce (prof.dr. Mehmed Nurkanović i prof.dr. Hasan Jamak)

12:00 – 13:00 ručak za pratioce učesnika

13:30 – 14:00 prezentacija zadataka i rješenja

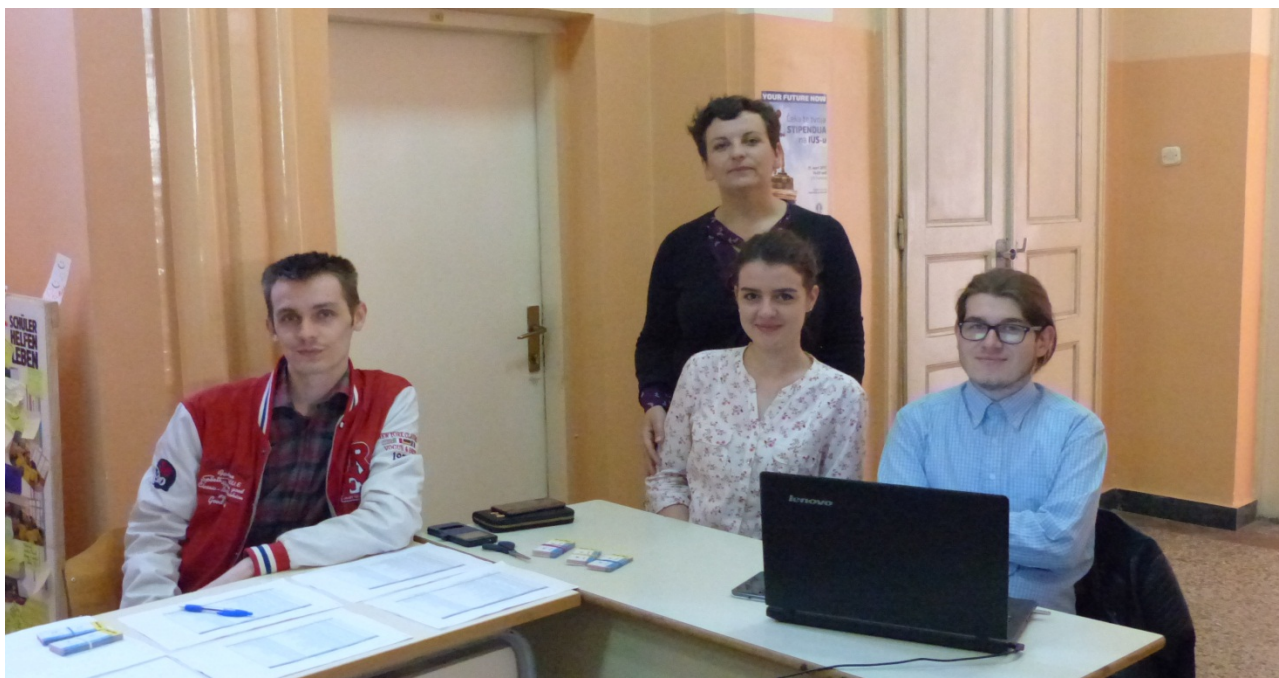
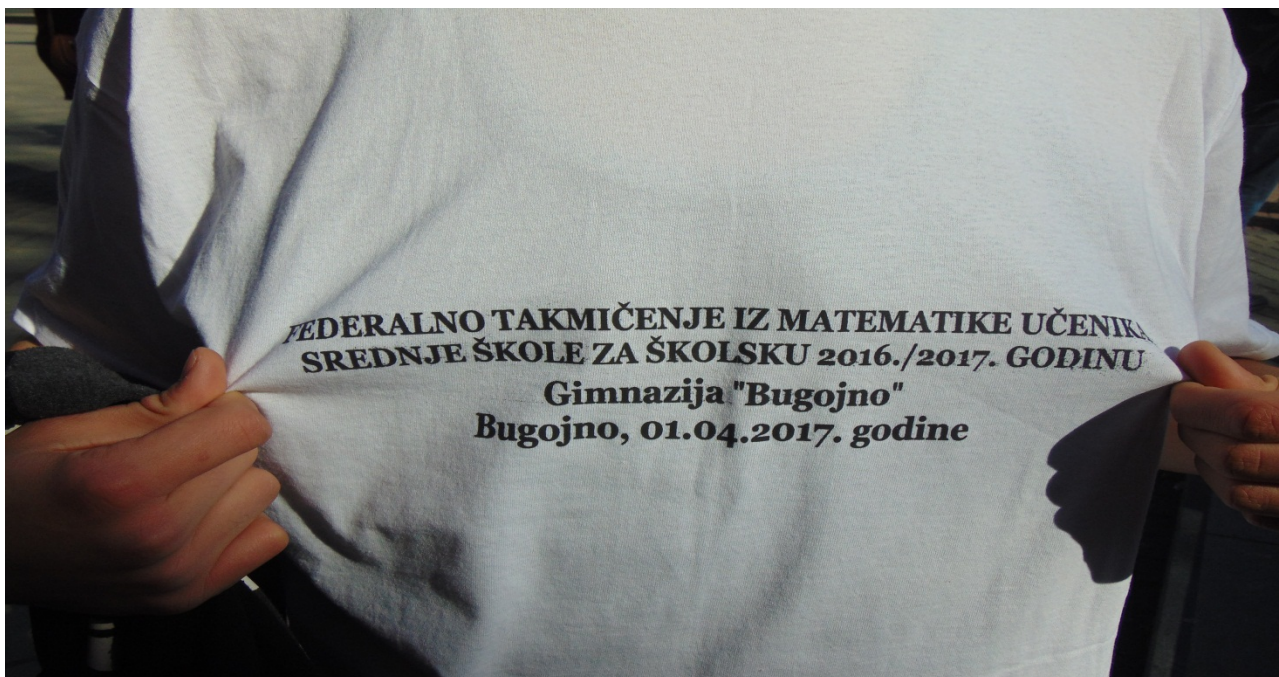
14:30 – 17:30 pregledanje radova

15:00 – 16:00 ručak za učesnike

17:30 – 18:00 preliminarni rezultati i žalbe

18:30 proglašenje pobjednika i izbor učesnika koji su se plasirali na Matematičku olimpijadu Bosne i Hercegovine

## DOLAZAK I REGISTRACIJA UČESNIKA













## OTVORENJE

Poslije intonirane državne himne BiH profesorica matematike **Ermina Musić** je poželjela dobrodošlicu učesnicima takmičenja, profesorima i gostima. Kako su Gimnaziju Bugojnu završili danas istaknuti profesori, inženjeri, doktori, umjetnici, glumci, pjesnici, jedan od njih je danas prisutan, na kojeg je Gimnazija posebno ponosna, a to je šef Odsjeka za matematiku na PMF-u Univerziteta u Sarajevu, prof.dr. Esmir Pilav.



Direktor Gimnazije **Mesud Šečić**, profesor matematike, se uz riječi dobrodošlice osvrnuo na davnu 1985. godinu kada se u Bugojnu održavalo Republičko takmičenje iz matematike, kao i na poslijeratno takmičenje, te je posebno ponosan što se danas po treći put u Bugojnu okupljaju najbolji mladi matematičari. Gostima je poželio ugodan boravak, a takmičarima uspjeh i puno sreće u budućem životu i radu.

Načelnik Bugojna profesor **Hasan Ajkunić** nije krio oduševljenje zbog prisustva uvaženih profesora i mladih matematičara u Bugojnu. Poželio je svima da ponesu lijepe uspomene iz Bugojna koje je ponosno na svoje obrazovanje u koje mnogo ulaže, a trebali bi i mnogo više. Unaprijed je čestitao pobjednicima koji će našu Bosnu i Hercegovinu predstavljati u svijetu.



Ispred Federalnog ministarstva obrazovanja i nauke, obratio se pomoćnik ministrice **Ismet Strujo**, pozdravivši sve prisutne, a posebno pametne, mlade ljude, te citirajući Euklida: "Nema kraljevskog puta u geometriji.", konstatovao da ni za šta nema kraljevskog puta te se za svaki uspjeh treba namučiti.



Federalno takmičenje organizuje Udruženje matematičara Kantona Sarajevo, u saradnji sa Udruženjem matematičara Tuzlanskog kantona, Udruženjem matematičara Unsko-sanskog kantona, Udruženjem matematičara Algoritam iz Mostara, predstavnicima matematičara iz Srednjobosanskog kantona i Zeničko-dobojskog kantona. Ispred organizatora se obratio **doc.dr. Zenan Šabanac**, predsjednik takmičarske komisije. Pozdravio je takmičare i sve prisutne, a posebno se zahvalio Vladi SBK-a i direktoru Razvojne banke koji su finansijski pomogli takmičenje, kao i načelniku općine Bugojno, profesoru Dževadu Mlaći i direktoru Mesudu Šečiću. Posebnu zahvalu je iskazao prijatelju matematičara rektoru Univerziteta u Sarajevu, prof.dr. Rifatu Škrijelju.



57. Federalno takmičenje učenika srednjih škola je proglasio otvorenim **prof. dr. Rifat Škrijelj** koji je rekao da je svako takmičenje u znanju – takmičenje u dobru, zato Univerzitet u Sarajevu ima široko otvorena vrata za sve najbolje studente. Ovo takmičenje po njegovom mišljenju, je pokazatelj da Bosna i Hercegovina ima veliki potencijal, koji nije dovoljno iskorišten, ali se nada da u budućnosti će biti prepoznat. Pozdravio je prof.dr. Senadu Kalabušić, predsjednici Udruženja matematičara KS, koja je mnogo zaslužna za realizaciju takmičenja. Poželio je mnogo sreće u radu mladim matematičarima i unaprijed svima čestitao.



## PREDAVANJE

U programu takmičenja je održano predavanje za profesore matematike. Predavači su bili prof.dr.Hasan Jamak i prof.dr. Mehmed Nurkanović.





**SPISAK UČESNIKA**

IDtakmič	Ime	Prezime	Ime škola	Prisustvo
1	Faik	Tahirović	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
2	Nedim	Kukuruzović	JU Gimnazija Mustafa Novalić Gradačac	<input checked="" type="checkbox"/>
3	Lamija	Biogradlija	Međunarodna srednja škola u Zenici	<input checked="" type="checkbox"/>
4	Hana	Ibrahimpasić	Unsko-sanski koledž Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
5	Emin	Mulaimamović	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
6	Emir	Mujanović	STŠ Hasib Hadžović Goražde	<input checked="" type="checkbox"/>
7	Belmin	Kadić	Srednja elektrotehnička Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
8	Amar	Kurić	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
9	Armin	Petrović	Srednja tehnička škola Bugojno	<input checked="" type="checkbox"/>
10	Sara	Kljajić	Druga gimnazija Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
11	Hana	Čatić	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
12	Ismet	Čosić	Gimnazija Muhsin Rizvić Kakanj	<input checked="" type="checkbox"/>
13	Sarah	Tutnjević	SMŠ Zijah Dizdarević Fojnica	<input checked="" type="checkbox"/>
14	Emir	Šabić	JU Mješovita srednja škola Ključ	<input checked="" type="checkbox"/>
15	Muhibija	Kavazović	JU Gimnazija Ismet Mujezinović Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
16	Nedim	Hastor	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>
17	Ferid	Omić	Međunarodna srednja škola u Zenici	<input checked="" type="checkbox"/>
18	Adnan	Šabanović	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
19	Amna	Kaharević	Gimnazija Bugojno	<input checked="" type="checkbox"/>
20	David	Ivaniš	JU Gimnazija Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
21	Nura	Efendić	JU Gimnanzija Meša Selimović Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
22	Dino	Melunović	Sarajevo koledž	<input type="checkbox"/>
23	Medina	Tikveša	Druga gimnazija Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
24	Samed	Lepir	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
25	Harun	Špago	Srednja škola Konjic	<input checked="" type="checkbox"/>
26	Adis	Panjević	Prva gimnazija Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
27	Mak	Pehar	JU KŠC Sv. Franjo Opća gimnazija Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
28	Muamer	Parić	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
29	Eldar	Dadić	Gimnazija Bugojno	<input checked="" type="checkbox"/>
30	Huso	Hamzić	Hamzić Huso	<input checked="" type="checkbox"/>
31	Imran	Spahić	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>
32	Adil	Batalović	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
33	Milica	Đokić	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
35	Azra	Mehinagić	Druga gimnazija Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
36	Hana	Galijašević	JU Gimnazija Velika Kladuša	<input checked="" type="checkbox"/>
37	Amila	Mujkić	Sarajevo koledž	<input type="checkbox"/>
38	Luka	Marijanović	Gimnazija Bugojno	<input checked="" type="checkbox"/>
39	Lejla	Hadžić	JU Gimnazija Velika Kladuša	<input checked="" type="checkbox"/>
40	Demir	Hasičić	Gimnazija Musa Ćazim Čatić Tešanj	<input checked="" type="checkbox"/>
41	Dženeta	Kudumović	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
43	Nafija	Ibrišimović	Perzijsko-bosanski koledž sa internatom	<input checked="" type="checkbox"/>
44	Tarik	Piljug	Tehnička škola Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>

IDtakmič	Ime	Prezime	Ime škola	Prisustvo
45	Amar	Pašagić	Unsko-sanski koledž Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
46	Medina	Kadrić	JU Behram-begova medresa Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
47	Tarik	Berkovac	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>
48	Adna	Šestić	Prva gimnazija Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
49	Elma	Nuhanović	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>
51	Hana	Gjocaj	JU Gimnazija Velika Kladuša	<input checked="" type="checkbox"/>
52	Nedina	Muratović	JU Behram-begova medresa Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
53	Nadina	Kolić	Ekonomska škola Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
54	Admir	Papić	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
55	Tarik	Beganović	JU Gimnazija Cazin	<input type="checkbox"/>
56	Rabija	Duraković	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
57	Boris	Velašević	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
58	Azur	Đonlagić	JU KŠC Sv. Franjo Opća gimnazija Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
59	Edin	Kohnić	Prva gimnazija Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
60	Esmā	Karahodža	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
61	Mejra	Durmišević	Unsko-sanski koledž Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
62	Adisa	Bolić	Sarajevo koledž	<input type="checkbox"/>
63	Enisa	Murgić	JU MS Elektrotehnička škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
64	Imran	Kovač	Međunarodna srednja škola u Zenici	<input checked="" type="checkbox"/>
65	Sabra	Omeragić	MSŠ Enver Pozderović Goražde	<input checked="" type="checkbox"/>
66	Sara	Zajmović	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
67	Abdulhadi	Velagić	Treća gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
68	Senad	Efendić	JU KŠC Sv. Franjo Opća gimnazija Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
69	Mirza	Omerčić	JU MSŠ Srebrenik	<input checked="" type="checkbox"/>
70	Ajdin	Muharemović	Međunarodna srednja škola u Zenici	<input checked="" type="checkbox"/>
72	Ajla	Hamedović	JU Mješovita srednja škola Ključ	<input type="checkbox"/>
73	Ismeta	Gafić	Karađozbegova medresa Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
74	Aldin	Adilović	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>
75	Amira	Mešić	JU MSŠ Gračanica	<input checked="" type="checkbox"/>
76	Harun	Alagić	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
77	Benjamin	Ramhorst	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
78	Dinno	Koluh	Unsko-sanski koledž Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
79	Ejub	Šabić	MSŠ Hazim Šabanović Visoko	<input type="checkbox"/>
80	Lamija	Nikšić	Srednja škola Konjic	<input checked="" type="checkbox"/>
81	Adna	Medošević	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
82	Aldin	Ibrišević	JU Gimnazija Dr. M. Kamarić Gračanica	<input checked="" type="checkbox"/>
83	Nail	Bobić	JU Mješovita elektrotehnička i drvoprerađiva	<input checked="" type="checkbox"/>
84	Elma	Šeremet	Gimnazija Bugojno	<input checked="" type="checkbox"/>
85	Goran	Bakir	Sarajevo koledž	<input type="checkbox"/>
86	Haris	Gušić	Tehnička škola Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
87	Ilhama	Beganović	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
89	Nejla	Subašić	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>



IDtakmič	Ime	Prezime	Ime škola	Prisustvo
90	Edis	Mašić	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
91	Ahmed	Mahovac	Gimnazija Rizah Odžečkić Zavidovići	<input checked="" type="checkbox"/>
93	Omer Abdulk	Mehanović	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
95	Ajla	Šehović	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
97	Lejla	Vardo	Međunarodna srednja škola u Zenici	<input checked="" type="checkbox"/>
99	Lejla	Skelić	Internacionalna srednja škola Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
101	Hana	Muslić	Prva gimnazija Zenica	<input checked="" type="checkbox"/>
102	Džavid	Brdar	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
104	Lejla	Pirija	Srednja škola Konjic	<input checked="" type="checkbox"/>
105	Adna	Šabanić	JU Gimnazija Meša Selimović Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
106	Emin	Mrkonja	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
107	Kemal	Lipovača	Gimnazija Muhsin Rizvić Kakanj	<input checked="" type="checkbox"/>
109	Igor	Zarić	Treća gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
110	Jasmin	Vićentijević	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
111	Emina	Handžić	Gimnazija Visoko	<input checked="" type="checkbox"/>
112	Arman	Dupanović	Unsko-sanski koledž Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
114	Amila	Žigo	STŠ Hasib Hadžović Goražde	<input checked="" type="checkbox"/>
115	Ahmed	Imamović	JU Gimnazija Meša Selimović Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
116	Ajla	Ivković	Druga gimnazija Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
117	Nudžejma	Zukić	Peta gimnazija Sarajevo	<input type="checkbox"/>
118	Ramiz	Polić	Srednja tehnička škola Zavidovići	<input checked="" type="checkbox"/>
119	Armin	Muhić	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
120	Anes	Hadžić	JU Mješovita srednja škola Ključ	<input checked="" type="checkbox"/>
121	Asja	Kuko	Druga gimnazija Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
122	Emina	Brkić	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
123	Namir	Garip	Sarajevo koledž	<input checked="" type="checkbox"/>
124	Adi	Karakaš	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
125	Samra	Behić	JU Gimnazija Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
126	Harun	Pirić	Međunarodna srednja škola Tuzla	<input checked="" type="checkbox"/>
127	Tarik	Džaka	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
128	Adnan	Karzić	Gimnazija Muhsin Rizvić Kakanj	<input checked="" type="checkbox"/>
129	Ilma	Kučak	SMŠ Zijah Dizdarević Fojnica	<input checked="" type="checkbox"/>
130	Majda	Hajrulahović	JU MSŠ Srebrenik	<input checked="" type="checkbox"/>
131	Dominik	Čurić	Unsko-sanski koledž Bihać	<input checked="" type="checkbox"/>
132	Tarik	Selimović	Međunarodna srednja škola u Sarajevu	<input checked="" type="checkbox"/>
133	Tarik	Raljević	Gimnazija Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
134	Ermina	Brljak	MSŠ Travnik	<input checked="" type="checkbox"/>
135	Adna	Husičić	JU Gimnazija Cazin	<input checked="" type="checkbox"/>
136	Amel	Helez	Gimnazija Bugojno	<input checked="" type="checkbox"/>
137	Almedina	Omanović	Druga gimnazija Mostar	<input checked="" type="checkbox"/>
138	Mirza	Sinanović	Druga gimnazija Sarajevo	<input checked="" type="checkbox"/>
139	Kerim	Dajić	JU MSŠ Srebrenik	<input checked="" type="checkbox"/>

### MLADI MATEMATIČARI RJEŠAVAJU ZADATKE





## TAKMIČARSKA KOMISIJA

1. Doc. dr. Zenan Šabanac, predsjednik
2. Prof. dr. Hasan Jamak, član
3. Prof. dr. Mehmed Nurkanović, član
4. Doc. dr. Almir Huskanović

### KOMISIJE ZA PREGLEDANJE ZADATAKA

#### I razred

1. Doc. dr. Vahidin Hadžiabdić, predsjednik
2. Sead Delalić, član
3. Faris Hambo, član
4. Adnan Ibrć, član

#### II razred

1. Prof. dr. Hasan Jamak, predsjednik
2. Doc. dr. Midhat Mehuljić, član
3. Vedran Karahodžić, MA, član
4. Demir Papić, član

#### III razred

1. Mr. Vedad Letić, predsjednik
2. Dina Kamber Hamzić, MA, član
3. Doc. dr. Jasmin Bektešević, član
4. Harun Hindija, član
5. Nermin Hodžić, član

#### IV razred

1. Doc. dr. Almir Huskanović, predsjednik
2. Admir Beširević, član
3. Abdulah Jašarević, član
4. Elvir Memić, član
5. Doc. dr. Zenan Šabanac, član

**ZADACI**

**57. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE  
FEDERALNO TAKMIČENJE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA  
Bugojno, 01.04.2017. godine**

**PRVI RAZRED**

1. Neka su  $a, b, c$  realni brojevi takvi da je  $abc(a+b)(b+c)(c+a) \neq 0$  i da vrijedi

$$(a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = \frac{1007}{1008}.$$

Dokazati da je tada

$$\frac{ab}{(a+c)(b+c)} + \frac{bc}{(c+a)(a+b)} + \frac{ca}{(a+b)(b+c)} = 2017.$$

2. Dokazati da se brojevi  $1, 2, \dots, 16$  mogu poredati u niz tako da je zbir bilo koja dva susjedna broja kvadrat nekog prirodnog broja.
3. Da li postoji prirodan broj  $n$  takav da je suma svih cifara u decimalnom zapisu broja  $n(4n+1)$  jednaka 2017? Obrazložiti!
4. U jednakokrakom trouglu  $\triangle ABC$  ( $|AB| = |AC|$ ) ugao pri vrhu  $A$  iznosi  $108^\circ$ . Simetrala ugla  $\sphericalangle ABC$  siječe stranicu  $\overline{AC}$  u tački  $D$ , a tačka  $E$  je na stranici  $\overline{BC}$  takva da je  $|BE| = |AE|$ . Ako se zna da je  $|AE| = m$ , izračunati  $|ED|$ .

Trajanje izrade zadataka je 210 minuta.

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Sretno!



57. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE  
FEDERALNO TAKMIČENJE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA  
Bugojno, 01.04.2017. godine

DRUGI RAZRED

1. Neka je  $a$  realan broj takav da su  $x_1$  i  $x_2$  realni i međusobno različiti korijeni jednačbe  $x^2 - x + a = 0$ . Dokazati da je  $|x_1^2 - x_2^2| = 1$  ako i samo ako je  $|x_1^3 - x_2^3| = 1$ .
2. Dat je trougao  $\triangle ABC$ . Neka simetrale unutrašnjeg i vanjskog ugla kod vrha  $A$  sijeku pravu  $BC$  u tačkama  $D$  i  $E$ , redom, a kružnica opisana oko trougla  $\triangle ADE$  siječe pravu  $AC$  u tački  $F$ . Pokazati da je  $FD$  simetrala ugla  $\sphericalangle BFC$ .
3. Naći sve različite proste brojeve  $p, q, r, s$  takve da je njihov zbir prost broj, a brojevi  $p^2 + qr$  i  $p^2 + qs$  su kvadrati prirodnih brojeva.
4. Neka je  $S$  skup  $n$  različitih realnih brojeva, a  $A_S$  skup aritmetičkih sredina dva različita broja iz  $S$ . Za dati  $n \geq 2$  odrediti najmanji mogući broj elemenata u skupu  $A_S$ .

Trajanje izrade zadataka je 210 minuta.

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Sretno!





57. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE  
 FEDERALNO TAKMIČENJE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA  
 Bugojno, 01.04.2017. godine

TREĆI RAZRED

1. U ovisnosti o realnom parametru  $a$  diskutirati rješenje nejednadžbe

$$\log_a x + |a + \log_a x| \cdot \log_{\sqrt{x}} a \geq a \log_x a.$$

u skupu realnih brojeva.

2. Neka je trougao  $\triangle ABC$  jednakokraki sa  $|AB| = |AC|$ . Odrediti uglove trougla ako je

$$\frac{|AB|}{|BC|} = 1 + 2\cos\frac{2\pi}{7}.$$

3. Neka je  $S$  skup od 6 pozitivnih realnih brojeva takav da

$$(a, b \in S)(a > b) \Rightarrow a + b \in S \text{ ili } a - b \in S.$$

Dokazati da ako ove brojeve poredamo u rastućem poretku, onda je razlika između dva susjedna člana uvijek ista.

4. Neka je dat prirodan broj  $N$ . Označimo sve njegove djelioce sa  $d_1, d_2, \dots, d_n$ , i neka  $a_i$  predstavlja broj djelilaca broja  $d_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Dokazati da tada vrijedi

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3.$$

(Npr., broj  $N = 6$  ima 4 djelioce 1, 2, 3, 6 i vrijedi  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 2, a_4 = 4$  i  $(1 + 2 + 2 + 4)^2 = 1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3$ .)

Trajanje izrade zadataka je 210 minuta.

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Sretno!



57. TAKMIČENJE MLADIH MATEMATIČARA BOSNE I HERCEGOVINE  
 FEDERALNO TAKMIČENJE UČENIKA SREDNJIH ŠKOLA  
 Bugojno, 01.04.2017. godine

ČETVRTI RAZRED

1. U ovisnosti o realnom parametru  $a$  diskutirati rješenje nejednadžbe

$$\log_a x + |a + \log_a x| \cdot \log_{\sqrt{x}} a \geq a \log_x a.$$

u skupu realnih brojeva.

2. U trouglu  $\triangle ABC$  na stranici  $\overline{AC}$  uzete su tačke  $K, L, M$  takve da je  $BK$  simetrala  $\sphericalangle ABL$ ,  $BL$  simetrala  $\sphericalangle KBM$  i  $BM$  simetrala  $\sphericalangle LBC$ , redom. Dokazati da je  $4|LM| < |AC|$ , ako vrijedi  $3\sphericalangle BAC - \sphericalangle ACB < 180^\circ$ .
3. Neka je dat prirodan broj  $N$ . Označimo sve njegove djelioce sa  $d_1, d_2, \dots, d_n$ , i neka  $a_i$  predstavlja broj djelilaca broja  $d_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Dokazati da tada vrijedi

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_n)^2 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_n^3.$$

(Npr., broj  $N = 6$  ima 4 djelioca 1, 2, 3, 6 i vrijedi  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 2, a_4 = 4$  i  $(1 + 2 + 2 + 4)^2 = 1^3 + 2^3 + 2^3 + 4^3$ .)

4. Koliko se najviše skakača može rasporediti na šahovskoj tabli  $5 \times 5$ , tako da svaki od njih napada tačno dvojicu drugih skakača?

Trajanje izrade zadataka je 210 minuta.

Svaki zadatak vrijedi 7 bodova.

Sretno!



### RADNA ATMOSFERA KOMISIJE



### RADNA ATMOSFERA BILTENA





**Hvala učesnicima!**

**Rješenja zadataka i rezultati takmičenja bit će objavljeni na zvaničnoj stranici Udruženja matematičara Kantona Sarajevo (<http://umks.pmf.unsa.ba/>).**  
**Kompletan bilten možete pročitati i na zvaničnoj stranici Gimnazije Bugojno (<http://gimnazija.bugojno.org/>) kao i na facebook stranici Gimnazija Bugojno.**