Udruženje matematičara Kantona Sarajevo

B I L T E N

FEDERALNO TAKMIČENJE IZ MATEMATIKE

UČENIKA OSNOVNIH ŠKOLA

Sarajevo, 13.04.2019.

Domaćin takmičenja, Odsjek za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta

Prirodno-matematički fakultet je najviša naučno-nastavna ustanova u oblasti temeljnih prirodnih i matematičkih nauka Univerziteta u Sarajevu. Prve studijske grupe u ovim oblastima na Univerzitetu u Sarajevu formirane su 1950. godine. Te godine, uredbom Vlade Bosne i Hercegovine od 14.02.1950., osnovan je Filozofski fakultet u Sarajevu sa dva Odsjeka: humanističkim i prirodno-matematičkim.

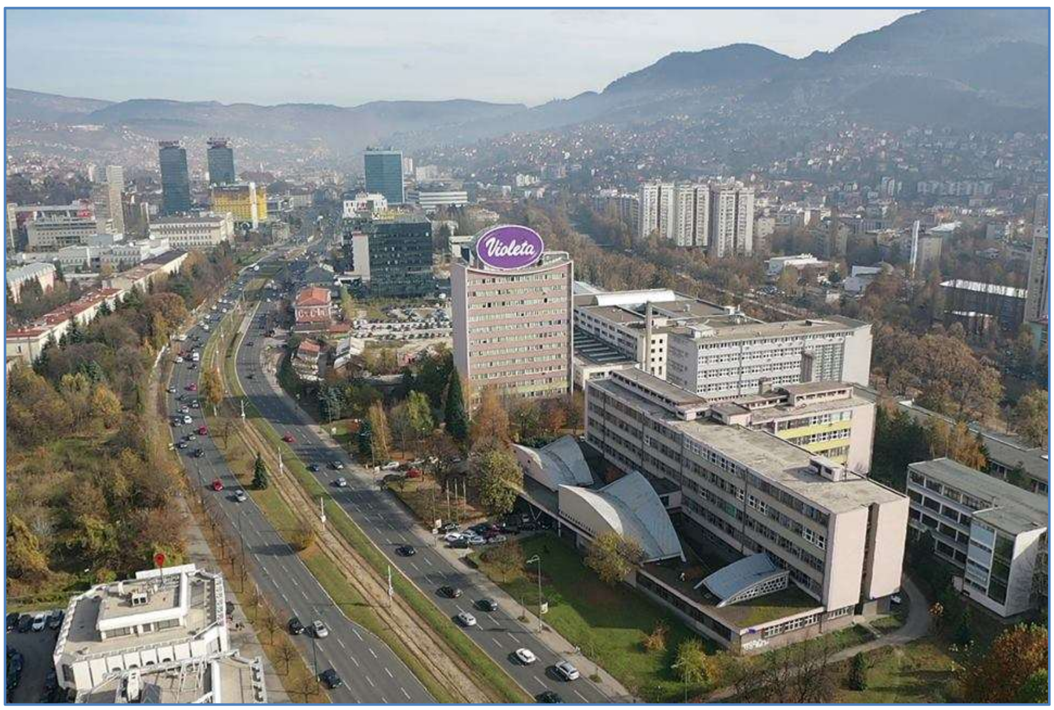
Od 1960. godine, odlukom Narodne Republike Bosne i Hercegovine, Prirodno-matematički fakultet je izdvojen iz okvira Filozofskog fakulteta i postao samostalna naučno-nastavna ustanova, koja objedinjava prirodne i matematičke nauke i u čijem sastavu se nalaze naučno-nastavni Odsjeci za: biologiju, fiziku, geografiju, hemiju i matematiku. Svaki nastavno-naučni Odsjek predstavlja zaokruženu nastavnu i naučnu cjelinu, koja se sastoji iz nastavno-naučnih katedara i naučno-istraživačkih centara. Početak rada, kao samostalne visokoškolske ustanove vezan je za akademsku 1960/1961. godinu.

Odsjek za matematiku je jedan od pet odsjeka Prirodno-matematičkog fakulteta, koji djeluje u sastavu Univerziteta u Sarajevu. Kvaliteta studija matematike u Sarajevu je prepoznata u svim značajnim svjetskim univerzitetskim centrima, a velik broj svršenih studenata Odsjeka za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta su postali uvaženi članovi svjetske akademske zajednice, koji su postizali i nastavljaju da postižu vrhunske naučne rezultate.

Studij na Odsjeku za matematiku je organiziran po sistemu 3+2 u skladu sa Bolonjskim principima studija, što znači da svi studenti pohađaju obavezne 3 godine studija (odnosno 6 semestara), nakon čijeg uspješnog završetka stiču odgovarajuću diplomu (zavisno od odabranog smjera), nakon čega opcionalno mogu pohađati još 2 godine studija (odnosno 4 semestra), čiji uspješan svršetak donosi studentima dodatnu diplomu višeg ranga.

Na prve 3 godine I ciklusa student može da se opredijeli za jedan od sljedećih smjerova:

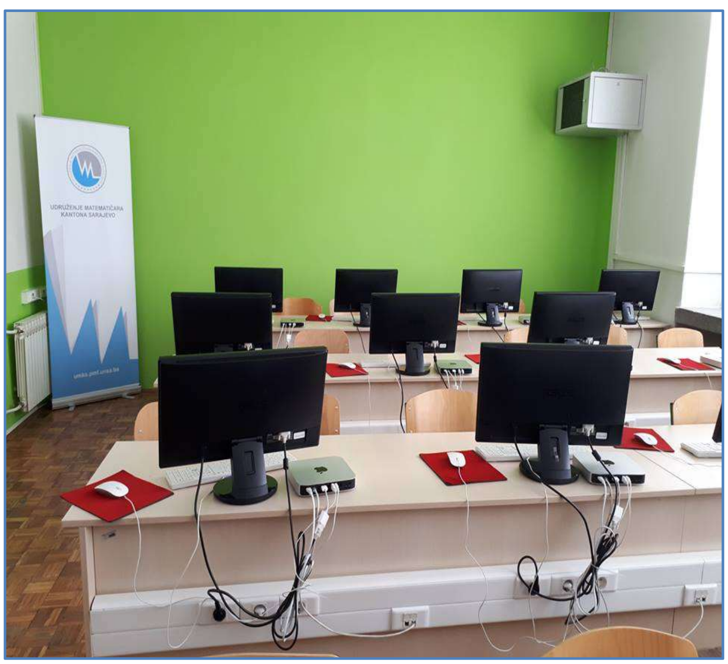
- Opći smjer (smjer teorijske matematike)
- Smjer primijenjene matematike
- Smjer teorijska kompjuterska nauka
- Nastavni smjer (matematika)
- Nastavni smjer (matematika i informatika)



Nastava na Odsjeku za matematiku organizira se u vidu predavanja, auditornih vježbi i laboratorijske vježbi. Na predavanjima se izlažu teoretski koncepti predmeta, koji se razrađuju kroz konkretne primjere i zadatke na auditornim vježbama. Laboratorijske vježbe se organiziraju na onim predmetima na kojima je potrebno da student ovlada praktičnim znanjima kroz rad u laboratoriji. To se pretežno odnosi na predmete iz oblasti teorijske kompjuterske nauke i primijenjene matematike.

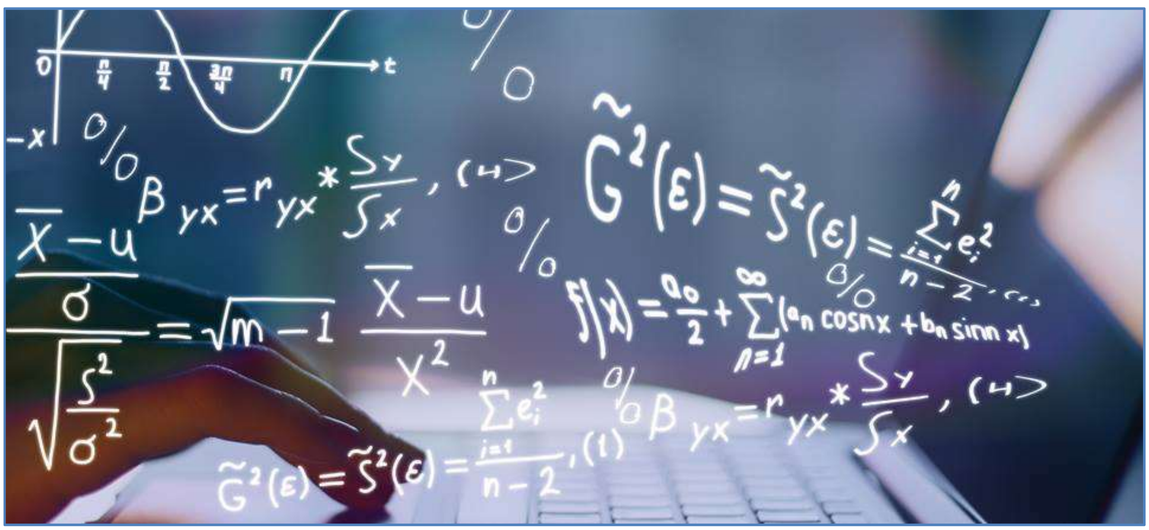
Odsjek za matematiku raspolaže sljedećim laboratorijama: opća laboratorija za kompjuterske nauke (računarski centar), laboratorija za računarske mreže i arhitekture, laboratorija za vještačku inteligenciju, laboratorija za paralelno računanje i optimizaciju, laboratorija za primijenjenu matematiku.

Mogućnosti zaposlenja za svršene studente Odsjeka za matematiku su brojne, tako da gotovo svi studenti odmah po završetku studija brzo nalaze zaposlenje. Najboljim studentima se nudi mogućnost zaposlenja na Fakultetu kao saradnicima u nastavi (asistentima) na predmetima Odsjeka za matematiku. Studenti nastavnog smjera veoma lako pronalaze zaposlenje kao nastavnici ili profesori matematike i/ili informatike u osnovnim i srednjim školama, s obzirom da je taj kadar deficitaran na području cijele Bosne i Hercegovine. Studentima ostalih smjerova nudi se veliki broj mogućih mjesta gdje mogu naći zaposlenje izvan prosvjete, među kojima ćemo spomenuti samo najznačajnije: banke, softverske kuće, finansijske ustanove, osiguravajući zavodi, zavodi za statistiku,... Treba napomenuti da značajan broj svršenih studenata Odsjeka za matematiku danas rade kao vodeći stručnjaci u prestižnim softverskim kućama, osiguravajućim zavodima i bankama, kako na području Bosne i Hercegovine, tako i u drugim zemljama. Mnogi od bivših studenata Odsjeka za matematiku uspješno su nastavili postdiplomske i doktorske studije na najprestižnijim univerzitetima širom svijeta.



Organizator takmičenja, Udruženje matematičara Kantona Sarajevo

Udruženje matematičara Kantona Sarajevo je nevladino, neprofitno, dobrovoljno, vanstranačko udruženje građana zainteresiranih za unapređivanje svih aspekata matemačkih nauka i njihovih primjena u Kantonu Sarajevo. Ciljevi Udruženja su širenje i unapređivanje svih matematičkih disciplina i njihovih primjena, unapređivanje nastave matematike na svim nivoima obrazovanja, podizanje nivoa stručnih i naučnih znanja članova Udruženja organiziranjem matematičkih konferencija domaćeg i međunarodnog karaktera, stručnih i naučnih predavanja, seminara, savjetovanja, simpozija i razgovora, pripremanje učenika i studenata za takmičenja na svim nivoima, organiziranje takmičenja i sudjelovanje u takmičenjima učenika i studenata na svim nivoima.



Udruženje matematičara Kantona Sarajevo je registrovano u martu 2016. godine. Predsjednica Udruženja je prof. dr. Senada Kalabušić.

Od početka svog rada, Udruženje je organiziralo:

- Federalno takmičenje iz matematike učenika srednjih škola, 23.04.2016.
- Federalno takmičenje iz matematike učenika osnovnih škola, 14.05.2016. (domaćin: Osma osnovna škola "Amer Ćenanović" Butmir)
- Federalno takmičenje iz matematike učenika srednjih škola, 01.04.2017. (domaćin: Gimnazija "Bugojno")
- Federalno takmičenje iz matematike učenika srednjih škola, 24.03.2018.
- Federalno takmičenje iz matematike učenika srednjih škola, 30.03.2019
- **Federalno takmičenje iz matematike učenika osnovnih škola, 13.04.2019.**

Dana 17.09.2016. počela je sa radom **Škola matematike za nadarene učenike**, koja od tada kontinuirano nastavlja sa radom svake školske godine. Škola matematike za nadarene učenike traje sedam ciklusa, od kojih svaki ciklus obuhvaća četiri termina (subota ili nedjelja), svaki termin u trajanju od tri školska časa.

Škola programiranja našeg Udruženja je krenula sa radom 04.03.2017., i od tada kontinuirano radi u dva ciklusa godišnje, svaki u trajanju od 12 sedmica.

U saradnji sa International 2+2 math School, udruženje je 16.09.2017. pokrenulo i **Školu matematike 2+2**, za mlade matematičare uzrasta drugog do šestog razreda osnovne škole.

Osim federalnih takmičenja i bh. matematičkih olimpijada, Udruženje matematičara Kantona Sarajevo i Odsjek za matematiku u saradnji sa Asocijacijom studenata Prirodno-matematičkog fakulteta organiziraju i **PMF Programming contest** - takmičenje iz programiranja za studente prvog i drugog ciklusa bilo kojeg fakulteta i univerziteta.

Dana 09.09.2018., prije početka Škole matematike za nadarene učenike, Udruženje je organiziralo **Talent search** - kratko takmičenje učenika osnovnih škola sa ciljem otkrivanja i stimulisanja mladih matematičkih talenata.

Udruženje je organiziralo i dva stručna seminara za nastavnike i profesore matematike u osnovnim i srednjim školama:

- stručni seminar u Fojnici, 13.-14.01.2017.
- stručni seminar u Bugojnu, 25.-26.08.2017.

Zajedno sa Odsjekom za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Sarajevu i Odsjekom za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Tuzli, Udruženje je organiziralo **BMS matematičku konferenciju** u Sarajevu 12.-14.07.2018.

Zajedno sa Odsjekom za matematiku Prirodno-matematičkog fakulteta Univerziteta u Sarajevu Udruženje je od 28.01.2019. do 01.02.2019. bilo organizator **Zimske škole stohastičke analize u Sarajevu 2019**.

Krajem augusta Udruženje organizira Ljetni kamp za nadarene matematičare, a u januaru Zimski kamp za nadarene matematičare, na kojima učestvuje preko 100 učenika iz cijele BiH. Cilj ovih kampova je da omogući učenicima iz cijele BiH kondenzovanu nastavu takmičarske matematike, pogotovo onima koji u svojim mjestima nemaju adekvatne pripreme za takmičenja u toku cijele godine. Predavači na kampovima su, kao i u našoj redovnoj Školi matematike za nadarene učenike, sadašnji i bivši uspješni takmičari iz BiH i regiona.

Više informacija o upravnim tijelima Udruženja matematičara Kantona Sarajevo, dosadašnjim, trenutnim i planiranim aktivnostima, kao i načinu pristupanja Udruženju možete naći na našoj web stranici umks.pmf.unsa.ba ili nam se obratiti na mail umks2016@gmail.com.

Program takmičenja

10:00 – 10:30 registracija takmičara

10:30 – 11:00 svečano otvaranje takmičenja i obraćanje učesnicima

raspodjela takmičara po učionicama

11:00 – 14:00 izrada zadataka

11:30 – 12:30 predavanje za nastavnike-pratioce

"Literatura i proces biranja zadataka za rad sa nadarenim učenicima", Sead Delalić, MA

14:00 – 17:30 pregledanje radova

17:30 – 18:00 preliminarni rezultati i žalbe

18:30 proglašenje pobjednika i izbor učenika koji su se plasirali na Juniorsku matematičku olimpijadu Bosne i Hercegovine

Takmičarska komisija

1. prof. dr. Lejla Smajlović
2. doc. dr. Zenan Šabanac
3. Dina Kamber Hamzić, MA

Komisija za pregledanje radova

Sedmi razred

1. Dina Kamber Hamzić, MA
2. Sead Delalić, MA
3. Mirzeta Sofić-Maličević, MA
4. Mirza Čvorak
5. Faris Hambo, BA

Osmi razred

1. doc. dr. Vahidin Hadžiabdić
2. mr. sci. Vedad Letić
3. Džana Drino, MA
4. Zlatan Tucaković, MA
5. Abdullah Jašarević, BA

Deveti razred

1. doc. dr. Midhat Mehuljić
2. doc. dr. Jasmin Bektešević
3. Admir Beširević, MA
4. mr. sci. Amar Bašić
5. Demir Papić, BA

Spisak takmičara

SEDMI RAZRED			
No.	**Prezime i ime**	**Škola**	**Kanton**
1	Babić Kerim	OŠ Malta	Kanton Sarajevo
2	Bataković Meris	OŠ Sead Ćehić	Unsko-sanski kanton
3	Borovina Ajša	OŠ Skender Kulenović	Kanton Sarajevo
4	Bulbulušić Sara	OŠ Safvet-beg Bašagić Breza	Zeničko-dobojski kanton
5	Čolan Merjem	OŠ Vareš Majdan	Zeničko-dobojski kanton
6	Fehratbegović Abdullah	OŠ Ćamil Sijerčić	Kanton Sarajevo
7	Fejzić Danis	OŠ Vrhbosna	Kanton Sarajevo
8	Fetić Kerim	OŠ Mak Dizdar	Zeničko-dobojski kanton
9	Galijašević Tarik	OŠ Skender Kulenović	Kanton Sarajevo
10	Hadžović Bakir	OŠ Musa Ćazim Ćatić	Kanton Sarajevo
11	Hodžić Ejub	OŠ Hasan Kikić Gračanica	Tuzlanski kanton
12	Husanović Dalila	OŠ Hasan Kikić Gračanica	Tuzlanski kanton
13	Husejnović Azra	OŠ Soko	Tuzlanski kanton
14	Ibrahimović Faruk	OŠ Saburina	Kanton Sarajevo
15	Jozić Ines	OŠ Stari Ilijaš	Kanton Sarajevo
16	Karić Sara	OŠ Harmani II, Bihać	Unsko-sanski kanton
17	Kozica Vedad	OŠ Grbavica I	Kanton Sarajevo
18	Krišto Filip	Katolički školski centar - OŠ	Kanton Sarajevo
19	Kržalić Iman	OŠ Čengić Vila I	Kanton Sarajevo
20	Kubat Lamija	OŠ Mula Mustafa Bašeskija	Zeničko-dobojski kanton
21	Lapo Anes	OŠ Čelebići Konjic	Herc.-neretvanski kanton
22	Mameledžija Nejla	OŠ Dolac	Srednjobosanski kanton
23	Memišević Fatih Efe	OŠ Osman Nakaš	Kanton Sarajevo
24	Mešan Mejrem	Treća osnovna škola Bugojno	Srednjobosanski kanton
25	Mujanović Vedad	Prva osnovna škola Maglaj	Zeničko-dobojski kanton
26	Muminović Nejla	Prva osnovna škola Maglaj	Zeničko-dobojski kanton
27	Omić Iman	OŠ 5. oktobar	Unsko-sanski kanton
28	Ostrogonac Mak	OŠ Čengić Vila I	Kanton Sarajevo
29	Pašić Selver	OŠ Ivan Goran Kovačić Gradačac	Tuzlanski kanton
30	Petrović Hamza	Druga osnovna škola Bugojno	Srednjobosanski kanton
31	Ramić Faruk	OŠ Jezerski, Bosanska Krupa	Unsko-sanski kanton
32	Rovčanin Merjem	OŠ Musa Ćazim Ćatić	Kanton Sarajevo
33	Sabitović Lamija	OŠ Suljo Čilić Jablanica	Herc.-neretvanski kanton

34	Salihović Adin	OŠ Lukavac Grad	Tuzlanski kanton
35	Sarajlić Selver	Druga osnovna škola Živinice	Tuzlanski kanton
36	Sarvan Adna	OŠ Skender Kulenović	Zeničko-dobojski kanton
37	Selman Amila	OŠ Han Bila	Srednjobosanski kanton
38	Skenderi Nejra	OŠ Skender Kulenović	Kanton Sarajevo
39	Smajić Sara	OŠ Isak Samokovlija	Kanton Sarajevo
40	Smajkić Nadja	OŠ Zalik Mostar	Herc.-neretvanski kanton
41	Softić Faris	OŠ Stjepan Polje	Tuzlanski kanton
42	Sumbuljević Adil	OŠ Druga osnovna škola	Unsko-sanski kanton
43	Tanjo Emir	OŠ Mehmedalija Mak Dizdar Vitkovići	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
44	Tomić Dominik	OŠ Harmani II, Bihać	Unsko-sanski kanton
45	Vrco Minel	Treća osnovna škola Oborci	Srednjobosanski kanton
46	Zaketović Senada	OŠ Hasan Kikić Gračanica	Tuzlanski kanton

OSMI RAZRED			
No.	**Prezime i ime**	**Škola**	**Kanton**
1	Adilović Sara	OŠ Han Bila	Srednjobosanski kanton
2	Agić Tarik	OŠ Hrasno	Kanton Sarajevo
3	Alibegović Harun	Osma osnovna škola Amer Ćenanović	Kanton Sarajevo
4	Bašić Sani	OŠ Fahrudin Fahro Baščelija Goražde	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
5	Beganović Tarik	OŠ Kiseljak 1 Bilalovac	Srednjobosanski kanton
6	Bubalo Hamza	Druga osnovna škola Konjic	Hercegovačko-neretvanski kanton
7	Buza Fatima	OŠ Mehmedalija Mak Dizdar	Zeničko-dobojski kanton
8	Čeljo Ilma	OŠ Grbavica II	Kanton Sarajevo
9	Ćatić Asja	OŠ Musa Ćazim ĆAtić	Kanton Sarajevo
10	Ćatić Kenan	OŠ Tušanj	Tuzlanski kanton
11	Ćuprija Davud	OŠ Fatima Gunić	Kanton Sarajevo
12	Draganović Hamza	OŠ Ključ	Unsko-sanski kanton
13	Džafić Amir	OŠ Husein ef. Đozo Goražde	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
14	Filipović Hanan	OŠ Isak Samokovlija	Kanton Sarajevo
15	Galijašević Ena	OŠ Čengić Vila I	Kanton Sarajevo
16	Gavranović Naida	OŠ Grbavica II	Kanton Sarajevo
17	Goran Nejla	OŠ Travnik	Srednjobosanski kanton
18	Gutlić Tarik	OŠ Ahmet Hromadžić	Unsko-sanski kanton
19	Habibović Naida	OŠ Hamdija Kreševljaković	Zeničko-dobojski kanton
20	Halilović Emir	OŠ Memići	Tuzlanski kanton
21	Hamidović Elmas	Prva osnovna škola Zavidovići	Zeničko-dobojski kanton
22	Hodžić Mehmedalija	OŠ Čelebići Konjic	Hercegovačko-neretvanski kanton
23	Hodžić Mia	OŠ Sveti Franjo Tuzla	Tuzlanski kanton
24	Huskanović Fatima	Ricmond Park IPS Tuzla	Tuzlanski kanton
25	Husić Adna	OŠ Crvarevac	Unsko-sanski kanton
26	Isabegović Elvir	OŠ Tušanj Tuzla	Tuzlanski kanton
27	Jašić Husein	OŠ Huso Hodžić	Zeničko-dobojski kanton
28	Mrakić Sarah	OŠ Travnik	Srednjobosanski kanton
29	Mujezinović Erna	OŠ Husein ef. Đozo Goražde	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
30	Mujkanović Kerim	OŠ 1. mart	Zeničko-dobojski kanton
31	Nadir Hrustanbegović	JU Osma osnovna škola Amer Ćenanović	Kanton Sarajevo
32	Omerović Lejla	OŠ Mirsad Prnjavorac	Kanton Sarajevo

33	Prohan Selma	OŠ Travnik	Srednjobosanski kanton
34	Sadić Mirza	OŠ 25. novembar	Unsko-sanski kanton
35	Selimović Džejla	OŠ Čengić Vila I	Kanton Sarajevo
36	Spahić Ahmed	OŠ Gazi Ferhad-beg Tešanj	Zeničko-dobojski kanton
37	Suljić Emina	OŠ Hrasno	Kanton Sarajevo
38	Šuta Amina	OŠ Zalik Mostar	Hercegovačko-neretvanski kanton
39	Tanjo Enis	OŠ Mehmedalija Mak Dizdar Vitkovići	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
40	Žilić Amar	OŠ Bukinje Tuzla	Tuzlanski kanton

DEVETI RAZRED			
No.	**Prezime i ime**	**Škola**	**Kanton**
1	Ahmetbegović Nadir	Prva osnovna škola Maglaj	Zeničko-dobojski kanton
2	Ajkunić Aid	Druga osnovna škola Bugojno	Srednjobosanski kanton
3	Begić Emin	OŠ Safvet-beg Bašagić Visoko	Zeničko-dobojski kanton
4	Čavčić Tajra	OŠ Skender Kulenović	Kanton Sarajevo
5	Dedić Sulejman	OŠ Klokotnica	Tuzlanski kanton
6	Efendić Iman	OŠ Fahrudin Fahro Baščelija Goražde	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
7	Erović Ilhan	OŠ Skender Kulenović	Kanton Sarajevo
8	Fehrić Mirnes	OŠ Umihana Čuvidina	Kanton Sarajevo
9	Frljak Adin	OŠ Hamdija Kreševljaković	Zeničko-dobojski kanton
10	Habibija Dalila	OŠ Hadžići	Kanton Sarajevo
11	Hasanović Edin	OŠ Tušanj	Tuzlanski kanton
12	Hasanović Uma	OŠ Musa Ćazim Ćatić	Kanton Sarajevo
13	Hrbat Elmedina	OŠ Simin Han Tuzla	Tuzlanski kanton
14	Husić Haris	Prva osnovna škola Maglaj	Zeničko-dobojski kanton
15	Ibrahimović Emira	OŠ Saburina	Kanton Sarajevo
16	Imamović Ena	OŠ Tušanj	Tuzlanski kanton
17	Jamaković Semir	OŠ Fahrudin Fahro Baščelija Goražde	Bosansko-podrinjski kanton Goražde
18	Kadić Armin	OŠ Musa Ćazim Ćatić	Kanton Sarajevo
19	Kadić Zerina	OŠ Kiseljak 1 Bilalovac	Srednjobosanski kanton
20	Kalfić Armin	KŠC Sv. Franjo Tuzla	Tuzlanski kanton
21	Karić Berina	Deveta osnovna škola	Kanton Sarajevo
22	Kićo Esmir	OŠ Hamdija Kreševljaković	Zeničko-dobojski kanton
23	Krivić Adian	OŠ Kovačići	Kanton Sarajevo
24	Lukovac Amina	OŠ Hasan Kaimija	Kanton Sarajevo
25	Macić Ervin	OŠ Mirsad Prnjavorac	Kanton Sarajevo
26	Mandra Merjem	OŠ Mula Mustafa Bašeskija	Zeničko-dobojski kanton
27	Mandžukić Emina	OŠ Tušanj Tuzla	Tuzlanski kanton
28	Midžić Dženan	OŠ Harmani II	Unsko-sanski kanton
29	Mujić Belmin	OŠ Klokotnica	Tuzlanski kanton
30	Mujkanović Adna	OŠ 1. mart	Zeničko-dobojski kanton
31	Mujkić Benjamin	OŠ Safvet-beg Bašagić Novi Travnik	Srednjobosanski kanton
32	Nuhić Lejla	IV osnovna škola Mostar	Hercegovačko-neretvanski kanton
33	Osmanović Ismar	OŠ Pazar Tuzla	Tuzlanski kanton
34	Pavlinović Ema	OŠ Osman Nakaš	Kanton Sarajevo
35	Rahmanović Asja	OŠ Osman Nakaš	Kanton Sarajevo

36	Rošić Irvana	OŠ Gazi Ferhad-beg Tešanj	Zeničko-dobojski kanton
37	Salibašić Tarik	OŠ Huso Hodžić	Zeničko-dobojski kanton
38	Salkić Hajrudin	OŠ Mirsad Prnjavorac	Kanton Sarajevo
39	Selimović Vedran	OŠ Miladije Tuzla	Tuzlanski kanton
40	Spahić Almedina	OŠ Dubravica Vitez	Srednjobosanski kanton
41	Suljendić Emana	OŠ Mejdan	Tuzlanski kanton
42	Šabić Amer	OŠ Ključ	Unsko-sanski kanton
43	Šahinović Amila	OŠ Bužim	Unsko-sanski kanton
44	Šahman Delila	OŠ Berta Kučera Jajce	Srednjobosanski kanton
45	Šišić Hedija	OŠ Višća Živinice	Tuzlanski kanton
46	Tiro Tajra	Treća osnovna škola Bugojno	Srednjobosanski kanton
47	Zrno Faris	OŠ Kiseljak 1 Bilalovac	Srednjobosanski kanton

Zadaci za sedmi razred

Zadatak 1

Una je otpila $\frac{1}{6}$ pune šoljice crne kafe i dopunila ju mlijekom. Zatim je popila $\frac{1}{3}$ te šoljice, i opet je dopunila mlijekom. Potom je popila $\frac{1}{2}$ šoljice i opet je nadopunila mlijekom, te je konačno popila sve iz šoljice. Čega je Una više popila: kafe ili mlijeka?

Zadatak 2

Dat je pravougli trougao ΔABC sa pravim uglom u vrhu C i uglom od 60° u vrhu A. Ako je D sredina hipotenuze AB i E tačka u kojoj simetrala ugla $\measuredangle CAB$ siječe katetu BC, dokazati da su trouglovi ΔAEC, ΔADE i ΔBED međusobno podudarni.

Zadatak 3

Neka je $\frac{a}{a+2}+\frac{b}{b+2}+\frac{c}{c+2}=\frac{19}{20}$. Čemu je jednako $\frac{1}{a+2}+\frac{1}{b+2}+\frac{1}{c+2}$?

Zadatak 4

Neka je $\overline{abc}$ trocifreni prosti broj. Koliko prostih djelioca ima 6-cifreni broj $\overline{abcabc}$?

Zadatak 5

Kvadrat dimenzija $18x18$ podijeljen je na $18 \cdot 18$ jednakih kvadratića. Svaki kvadratić trebamo obojiti jednom od tri boje (žutom, plavom ili crvenom). Na koliko načina to možemo napraviti, tako da bilo koja tri uzastopna kvadratića u nekom redu i bilo koja tri uzastopna kvadratića u nekoj koloni budu različite boje?

Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i geometrijski pribor.

Izrada zadataka traje 180 minuta. Sretno!

RJEŠENJA ZADATAKA

Zadatak 1

Una je otpila $\frac{1}{6}$ *pune šoljice crne kafe i dopunila ju mlijekom. Zatim je popila* $\frac{1}{3}$ *te šoljice, i opet je dopunila mlijekom. Potom je popila* $\frac{1}{2}$ *šoljice i opet je nadopunila mlijekom, te je konačno popila sve iz šoljice. Čega je Una više popila: kafe ili mlijeka?*

Rješenje

Una je popila jednaku količinu kafe i mlijeka. Naime, prvo je otpila $\frac{1}{6}$ pune šoljice kafe. U šoljici je ostalo $\frac{5}{6}$ šoljice kafe i dodana je $\frac{1}{6}$ šoljice mlijeka. Una je popila $\frac{1}{3}$ te šoljice, tj. $\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{5}{18}$ šoljice kafe i $\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{18}$ šoljice mlijeka.

Uočimo da je onda ostalo $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{6}=\frac{5}{9}$ šoljice kafe, a ostatak šoljice, $\frac{4}{9}$, je mlijeko (nakon što je Una opet šoljicu nadopunila mlijekom). Potom je Una popila $\frac{1}{2}$ te šoljice, tj. $\frac{5}{18}$ šoljice kafe i $\frac{2}{9}$ šoljice mlijeka, te je ostalo u šoljici $\frac{5}{18}$ šoljice kafe, a ostatak šoljice, $\frac{13}{18}$ (poslije zadnje dopune), je mlijeko.

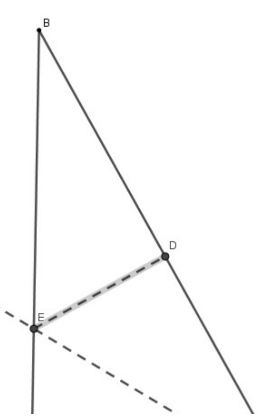
Una je konačno popila sve iz šoljice, tj, $\frac{5}{18}$ šoljice kafe i $\frac{13}{18}$ šoljice mlijeka.

Sad vidimo da je Una popila $\frac{1}{6}+\frac{5}{18}+\frac{5}{18}+\frac{5}{18}=1$ punu šoljicu kafe i $\frac{1}{18}+\frac{2}{9}+\frac{13}{18}=1$ punu šoljicu mlijeka.

Zadatak 2

Dat je pravougli trougao ΔABC *sa pravim uglom u vrhu* C *i uglom od* 60° *u vrhu* A*. Ako je* D *sredina hipotenuze* AB *i* E *tačka u kojoj simetrala ugla* $\measuredangle CAB$ *siječe katetu* BC*, dokazati da su trouglovi* ΔAEC, ΔADE *i* ΔBED *međusobno podudarni.*

Rješenje



Ugao $\measuredangle ABC=30^\circ$. Trougao ΔABC je trougao sa uglovima $30^\circ,60^\circ,90^\circ$, pa je $\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\overline{AD}=\overline{BD}$. Kako je $\overline{AE}$ simetrala $\measuredangle CAB$, to je $\measuredangle CAE=\measuredangle EAD=30^\circ$. Na osnovu stava SUS ($\overline{AE}\cong\overline{AE},\measuredangle CAE\cong\measuredangle EAD,\overline{AC}\cong\overline{AD}$) slijedi da je $\Delta AEC\cong\Delta ADE$. Tada je $\measuredangle ADE=\measuredangle ACE=90^\circ$, pa je i $\measuredangle EDB=90^\circ$. Sada opet na osnovu stava

SUS imamo da je $\Delta ADE \cong \Delta BED$.

Zadatak 3

Neka je $\frac{a}{a+2}+\frac{b}{b+2}+\frac{c}{c+2}=\frac{19}{20}$. Čemu je jednako $\frac{1}{a+2}+\frac{1}{b+2}+\frac{1}{c+2}$?

Rješenje

Neka je $X=\frac{1}{a+2}+\frac{1}{b+2}+\frac{1}{c+2}$.

Kako je $3=1+1+1=\frac{a+2}{a+2}+\frac{b+2}{b+2}+\frac{c+2}{c+2}=\frac{a}{a+2}+\frac{2}{a+2}+\frac{b}{b+2}+\frac{2}{b+2}+\frac{c}{c+2}+\frac{2}{c+2}=\frac{a}{a+2}+\frac{b}{b+2}+\frac{c}{c+2}+\frac{2}{a+2}+\frac{2}{b+2}+\frac{2}{c+2}=\frac{19}{20}+2X$.

Dakle, $2X=3-\frac{19}{20}=\frac{41}{20}$, pa je $\boldsymbol{X}=\frac{\mathbf{41}}{\mathbf{40}}$.

Zadatak 4

Neka je $\overline{abc}$ trocifreni prosti broj. Koliko prostih djelioca ima 6-cifreni broj $\overline{abcabc}$?

Rješenje

Šestocifreni broj $\overline{abcabc}$ možemo napisati kao:

$$\overline{abcabc}=100000a+10000b+1000c+100a+10b+c=$$

$$=100100a+10010b+1001c=1001(100a+10b+c)=1001\cdot\overline{abc}$$

Pošto je $\overline{abc}$ prost broj i $1001=7\cdot 11\cdot 13$, to $\overline{abcabc}$ ima 4 prosta djelioca ($7, 11, 13$ i $\overline{abc}$)

Zadatak 5

Kvadrat dimenzija $18x18$ podijeljen je na $18\cdot 18$ jednakih kvadratića. Svaki kvadratić trebamo obojiti jednom od tri boje (žutom, plavom ili crvenom). Na koliko načina to možemo napraviti, tako da bilokoja tri uzastopna kvadratića u nekom redu i bilo koja tri uzastopna kvadratića u nekoj koloni budu različite boje?

Rješenje

Neka su boje žuta, plava i crvena redom označene slovima a, b, c. Ukoliko obojimo prva dva polja proizvoljnog reda, bojenje svih ostalih kvadratića u tom redu je tačno određeno i poznato. Npr. ukoliko su prva dva polja obojena bojama a i b, tada je treće polje c, četvrto a, peto b (…), kako bi svaka tri uzastopna kvadratića bila obojena različitim bojama.

Samim tim, za svaki red možemo imati jedno od šest mogućih bojenja

$$(1)\ abcabc\ldots$$

(2) $acbacb$ ...

(3) $bacbac$ ...

(4) $bcabca$ ...

(5) $cabcab$ ...

(6) $cbacba$ ...

Ukoliko je prvi red obojen na način (1), tada za drugi red možemo imati jednu od mogućnosti (4) ili (5). U trenutku kada obojimo drugi red, za treći red ostaje tačno jedna opcija (npr. ukoliko drugi red obojimo na način (4), tada za treći red ostaje (5), a ukoliko drugi red obojimo na način (5), tada za treći red ostaje (4)). Dakle, ukoliko su prva tri elementa prvog reda obojena bojama abc, za drugi i treći red imamo dvije različite mogućnosti. Četvrti red mora biti obojen jednako kao prvi, peti jednako kao drugi itd.

Ista tvrdnja vrijedi ukoliko prvi red obojimo na bilo koji od mogućih načina.

Prvi red možemo obojiti na tačno 6 načina, od (1) do (6). Za svaki od tih načina imamo tačno dvije mogućnosti za bojenje ostatka velikog kvadrata.

Dakle, ukupno imamo 12 načina za bojenje kvadrata.

Zadaci za osmi razred

Zadatak 1

Tri broja se nalaze u omjeru $1{,}5 : 0{,}625 : \frac{7}{12}$. Odrediti te brojeve, ako je prvi broj za 21 veći od zbira druga dva broja.

Zadatak 2

Odrediti najmanju i najveću vrijednost izraza $u = 3x - y + 4z + 15$ ako vrijedi jednakost $x^2 + y^2 + z^2 - 16x - 14y - 12z + 148 = 0$, pri čemu su x, y, z cijeli brojevi.

Zadatak 3

Odrediti sve sedmocifrene prirodne brojeve koji postanu 46 puta manji kad im se izbriše prva cifra.

Zadatak 4

Neka je dat skup $P = \{1,2,3, \dots ,99,100\}$. Dokazati da svaki njegov podskup, koji ima barem 51 element, sadrži dva broja čija je razlika jednaka 5.

Zadatak 5

Dat je konveksan četverougao $ABCD$. Njegove dijagonale AC i BD se sijeku u tački O, i pri tome je $\measuredangle AOD = 60°$. Neka je T tačka unutar trougla BOC takva da $\overline{AT} = \overline{BT}, \overline{CT} = \overline{DT}, \measuredangle ATB = \measuredangle CTD$. Ako su K, L, M redom središta duži AB, BC, CD, dokazati da je trougao KLM jednakostraničan.

Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i geometrijski pribor.

Izrada zadataka traje 180 minuta. Sretno!

RJEŠENJA ZADATAKA

Zadatak 1

Tri broja se nalaze u omjeru $1,5:0,625:\frac{7}{12}$. *Odrediti te brojeve, ako je prvi broj za 21 veći od zbira druga dva broja.*

Rješenje

Označimo ta tri broja redom sa a, b, c. Iz uslova zadatka imamo da je $a:b:c = 1,5:0,625:\frac{7}{12}$ i $a = 21 + b + c$.

Prvi uslov, proporciju $a:b:c = 1,5:0,625:\frac{7}{12}$, možemo napisati na sljedeći način:

$$a:b:c = 1,5:0,625:\frac{7}{12} = k$$

pa je $a = 1,5k, b = 0,625k, c = \frac{7}{12}k$. Drugi uslov tada postaje:

$$1,5k = 21 + 0,625k + \frac{7}{12}k$$

$$\frac{3}{2}k = 21 + \frac{5}{8}k + \frac{7}{12}k$$

$$\frac{7}{24}k = 21$$

$$k = 72$$

pa su traženi brojevi $a = 1,5 \cdot 72 = 108$, $b = 0,625 \cdot 72 = 45$ i $c = \frac{7}{12} \cdot 72 = 42$

Zadatak 2

Odrediti najmanju i najveću vrijednost izraza $u = 3x - y + 4z + 15$ *ako vrijedi jednakost* $x^2 + y^2 + z^2 - 16x - 14y - 12z + 148 = 0$, *pri čemu su* x, y, z *cijeli brojevi.*

Rješenje

Datu jednakost možemo transformisati na sljedeći način:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 16x - 14y - 12z + 148 = 0$$

$$(x-8)^2 + (y-7)^2 + (z-6)^2 - 64 - 49 - 36 + 148 = 0$$

$$(x-8)^2 + (y-7)^2 + (z-6)^2 = 1$$

Pošto su $x-8, y-7, z-6$ cijeli brojevi, to je ovo moguće samo ako je jedan od njih jednak 1 ili -1, a ostali 0. Znači da imamo šest mogućih slučajeva:

I $x-8=1, y-7=0, z-6=0$, tj. $x=9, y=7, z=6$ i dati izraz u dobija vrijednost $u=59$.

II $x-8=-1, y-7=0, z-6=0$, tj. $x=7, y=7, z=6$ i dati izraz u dobija vrijednost $u=53$.

III $x-8=0, y-7=1, z-6=0$, tj. $x=8, y=8, z=6$ i dati izraz u dobija vrijednost $u=55$.

IV $x-8=0, y-7=-1, z-6=0$, tj. $x=8, y=6, z=6$ i dati izraz u dobija vrijednost $u=57$.

V $x-8=0, y-7=0, z-6=1$, tj. $x=8, y=7, z=7$ i dati izraz u dobija vrijednost $u=60$.

VI $x-8=0, y-7=0, z-6=-1$, tj. $x=8, y=7, z=5$ i dati izraz u dobija vrijednost $u=52$.

Dakle, najmanja vrijednost izraza u pod datim uslovom je 52, a najveća 60.

Zadatak 3

Odrediti sve sedmocifrene prirodne brojeve koji postanu 46 puta manji kad im se izbriše prva cifra.

Rješenje

Neka je dat broj $\overline{xabcdef}$. Nakon uklanjanja prve cifre, dobijamo broj $y=\overline{abcdef}$. Sada je

$$\overline{xabcdef}=\overline{x000000}+\overline{abcdef}=10^6x+y.$$

Imamo da je $10^6x+y=46y$.

Sada je

$$10^6x=45y.$$

Izraz na desnoj strani je djeljiv sa 9. Izraz na lijevoj strani je također djeljiv sa 9, pa kako 10^6 nije djeljivo sa 3 ni sa 9, te je x cifra, imamo da je $x=9$.

Sada je $y=\frac{10^6\cdot 9}{45}=200\,000$. Dakle, jedini sedmocifreni broj koji zadovoljava traženi uslov je $9\,200\,000$.

Zadatak 4

Neka je dat skup $P = \{1,2,3, \dots ,99,100\}$. *Dokazati da svaki njegov podskup, koji ima barem* 51 *element, sadrži dva broja čija je razlika jednaka* 5.

Rješenje

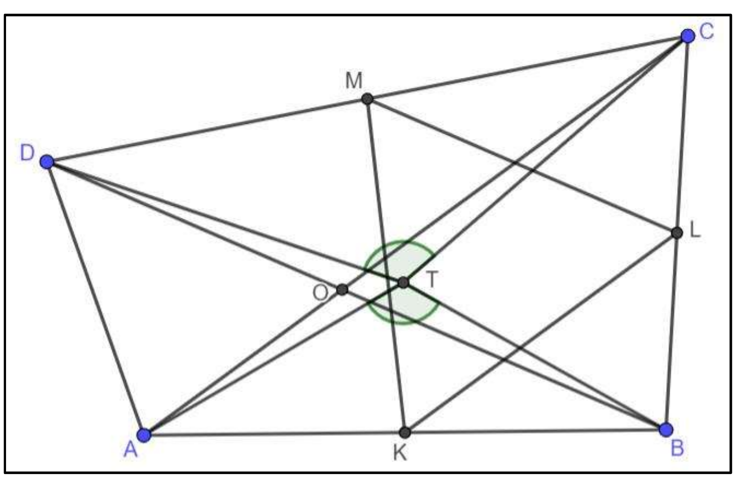
Razbit ćemo skup P na 50 dvočlanih podskupova tako da se u svakom podskupu elementi razlikuju za 5. Uradimo to na sljedeći način: $P_1 = \{1,6\}$, $P_2 = \{2,7\}$, $P_3 = \{3,8\}, P_4 = \{4,9\}, P_5 = \{5,10\}, P_6 = \{11,16\}, P_7 = \{12,17\}, \dots , P_{10} = \{15,20\}$, $P_{11} = \{21,26\}, \dots , P_{50} = \{95,100\}$. Sada, kako imamo 50 podskupova, na osnovu Dirihleovog principa svaki podskup skupa P koji ima barem 51 element će imati 2 elementa iz istog podskupa. Međutim, ta dva elementa se razlikuju za 5. Ovim je dokaz završen.

Zadatak 5

Dat je konveksan četverougao $ABCD$. *Njegove dijagonale* AC *i* BD *se sijeku u tački* O, *i pri tome je* $\measuredangle AOD = 60°$. *Neka je* T *tačka unutar trougla* BOC *takva da* $\overline{AT} = \overline{BT}, \overline{CT} = \overline{DT}, \measuredangle ATB = \measuredangle CTD$. *Ako su* K, L, M *redom središta duži* AB, BC, CD, *dokazati da je trougao* KLM *jednakostraničan.*

Rješenje

Primijetimo da su KL i LM srednje linije trouglova ABC i BCD, pa vrijedi $KL || AC$, $LM || BD$, $\overline{KL} = \frac{\overline{AC}}{2}, \overline{LM} = \frac{\overline{BD}}{2}$. Zbog $KL || AC$ i $LM || BD$ je $\measuredangle KLM = \measuredangle AOD = 60°$ (uglovi sa paralelnim kracima). Kako je $\measuredangle ATB = \measuredangle CTD$, to je i $\measuredangle ATB + \measuredangle ATD = \measuredangle CTD + \measuredangle ATD$, tj. $\measuredangle BTD = \measuredangle ATC$. Sada primjećujemo da su trouglovi ATC i BTD podudarni (pravilo $SUS, \overline{AT} = \overline{BT}, \measuredangle ATC = \measuredangle BTD, \overline{CT} = \overline{DT}$). Zbog toga je $\overline{AC} = \overline{BD}$. Sada je $\overline{KL} = \frac{\overline{AC}}{2} = \frac{\overline{BD}}{2} = \overline{ML}$, pa je $\measuredangle LKM = \measuredangle LMK = \frac{180° - \measuredangle KLM}{2} = \frac{180° - 60°}{2} = 60°$, što znači da je trougao KLM jednakostraničan.



Zadaci za deveti razred

Zadatak 1

Odrediti vrijednosti broja m za koje se prave $x+(2m+3)y+m+6=0$ i $(2m+1)x+(m-1)y+m-2=0$ sijeku na Oy osi.

Zadatak 2

Odrediti sva rješenja sistema jednačina, gdje su x, y, z realni brojevi:

$$
\begin{gathered}
x+y-z=-1 \\
x^2-y^2+z^2=1 \\
-x^3+y^3+z^3=-1
\end{gathered}
$$

Zadatak 3

Ako su p i p^2+2 prosti brojevi, dokazati da je p^3+2 također prost broj.

Zadatak 4

U ravni je dato 90 tačaka od kojih nikoje tri nisu kolinearne (ne leže na istoj pravoj). Dokazati da se može povući 2019 duži čije su to krajnje tačke, a da se pri tome ne nacrta trougao čiji su vrhovi te tačke.

Zadatak 5

Neka je I centar upisane kružnice oštrouglog trougla ABC i neka su P, Q, R tačke na stranicama AC, AB i BC, redom, tako da vrijedi $AP=AQ$ i $BQ=BR$. Ako je $\measuredangle RIQ=\measuredangle BAC$, dokazati da je prava RP okomita na AC.

Dozvoljeno je koristiti samo pribor za pisanje i geometrijski pribor.

Izrada zadataka traje 180 minuta. Sretno!

RJEŠENJA ZADATAKA

Zadatak 1

Odrediti vrijednosti broja m *za koje se prave* $x+(2m+3)y+m+6=0$ *i* $(2m+1)x+(m-1)y+m-2=0$ *sijeku na* Oy *osi.*

Rješenje

Napišimo prvo ove dvije prave u eksplicitnom obliku:

$$x+(2m+3)y+m+6=0 \;\Rightarrow y=-\frac{1}{2m+3}x-\frac{m+6}{2m+3}, m\neq-\frac{3}{2}$$

$$(2m+1)x+(m-1)y+m-2=0 \;\Rightarrow y=-\frac{2m+1}{m-1}x-\frac{m-2}{m-1}, m\neq 1$$

Pošto se ove dvije prave sijeku na Oy osi, to im za $x=0$ vrijednosti od y moraju biti jednake. Kod prve prave za $x=0$ dobijamo $y=-\frac{m+6}{2m+3}$, a kod druge $y=-\frac{m-2}{m-1}$. Izjednačavanjem ovih vrijednosti dobijamo jednačinu:

$$-\frac{m+6}{2m+3}=-\frac{m-2}{m-1}$$

$$(m+6)(m-1)=(m-2)(2m+3)$$

$$m^2+5m-6=2m^2-m-6$$

$$-m^2+6m=0$$

$$-m(m-6)=0$$

Ovo je tačno ako je $m=0$ ili $m=6$. Dakle, date dvije prave će se sijeći na Oy osi ako je $m=0$ ili $m=6$.

Zadatak 2

Odrediti sva rješenja sistema jednačina, gdje su x, y, z realni brojevi:

$$\begin{gathered} x+y-z=-1 \\ x^2-y^2+z^2=1 \\ -x^3+y^3+z^3=-1 \end{gathered}$$

Rješenje

Iz prve jednačine sistema možemo zaključiti da je $z=x+y+1$. Uvrštavanjem ovog izraza u drugu jednačinu, dobijamo

$$x^2 - y^2 = 1 - (x + y + 1)^2.$$

$$x^2 - y^2 = 1 - x^2 - y^2 - 1 - 2xy - 2x - 2y.$$

$$2x^2 + 2xy + 2x + 2y = 0.$$

$$x^2 + xy + x + y = 0.$$

$$x(x + y) + (x + y) = 0.$$

$$(x + 1)(x + y) = 0.$$

Sada imamo dvije mogućnosti, $x + 1 = 0$, tj. $x = -1$, te $x + y = 0$.

U prvom slučaju, imamo da je $-1 + y - z = -1$, tj. $y = z$. Uvršavanjem u treću jednačinu, dobijamo

$$-(-1)^3 + y^3 + y^3 = -1.$$

$$2y^3 = -2 \Rightarrow y^3 = -1 \Rightarrow y = -1.$$

Tada je $z = -1$.

U drugom slučaju, iz $x + y = 0$ imamo da je $x = -y$. Iz prve jednačine tada imamo $z = x + y + 1 = x - x + 1 = 1$.

Iz treće jednačine sistema sada dobijamo

$$-(-y)^3 + y^3 + 1^3 = -1$$

$$2y^3 = -2,$$

tj. $y = -1$ i $x = 1$.

Dakle, jedina rješenja sistema su$(-1, -1, -1)$i$(1, -1, 1)$.

Zadatak 3

Ako su p *i* $p^2 + 2$ *prosti brojevi, dokazati da je* $p^3 + 2$ *također prost broj.*

Rješenje

Ako je $p = 2$, onda $p^2 + 2 = 6$ nije prost broj. Ako je $p = 3$, onda je i $p^2 + 2 = 11$ prost broj. Tada je i $p^3 + 2 = 29$ prost broj. Provjerimo šta je sa prostim brojevima većim od 3. Prost broj veći od 3 ima oblik $p = 3k + 1$ ili $p = 3k + 2$ (k je neki prirodan broj).

Ako je $p = 3k + 1$, tada je $p^2 + 2 = (3k + 1)^2 + 2 = 9k^2 + 6k + 3 = 3(3k^2 + 2k + 1)$ složen broj.

Ako je $p = 3k + 2$, tada je $p^2 + 2 = (3k + 2)^2 + 2 = 9k^2 + 12k + 6 = 3(3k^2 + 4k + 3)$ složen broj.

Dakle, samo za prost broj $p = 3$ je i $p^2 + 2$ prost, i u tom slučaju je $p^3 + 2$ doista također prost broj.

Zadatak 4

U ravni je dato 90 tačaka od kojih nikoje tri nisu kolinearne (ne leže na istoj pravoj). Dokazati da se može povući 2019 duži čije su to krajnje tačke, a da se pri tome ne nacrta trougao čiji su vrhovi te tačke.

Rješenje

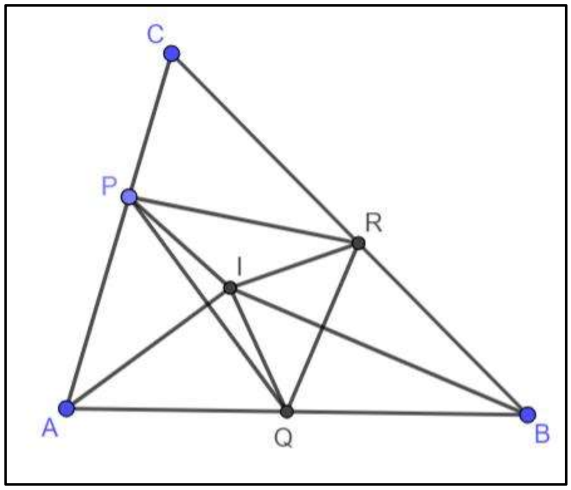
Podijelimo 90 tačaka proizvoljno u dva skupa tačaka sa po 45 tačaka u svakom skupu. Sve tačke u jednom od tih skupova obojimo plavom bojom, a sve tačke u drugom skupu obojimo crvenom bojom. Povucimo sada sve moguće duži čija je jedna krajnja tačka plave boje, a druga krajnja tačka crvene boje. Takvih duži imamo $45 \times 45 = 2025$. Sada od dobijenih duži proizvoljno izaberimo njih 2019. Od ovih 2019 duži nikoje tri ne grade trougao. Naime, ako dvije od tih duži imaju istu početnu tačku, onda su druge dvije krajnje tačke iste boje, a među 2019 odabranih duži nemamo niti jednu duž koja ima krajnje tačke iste boje.

Zadatak 5

Neka je I centar upisane kružnice oštrouglog trougla ABC i neka su P, Q, R tačke na stranicama AC, AB i BC, redom, tako da vrijedi $AP = AQ$ i $BQ = BR$. Ako je $\measuredangle RIQ = \measuredangle BAC$, dokazati da je prava RP okomita na AC.

Rješenje

Kako je I centar upisane kružnice, to su AI i BI simetrale uglova. Neka je $\measuredangle RIQ = \measuredangle BAC = \alpha$. Zbog $AP = AQ$ je $\measuredangle AQP = \measuredangle APQ = 90° - \frac{\alpha}{2}$ (1). Dalje, primijetimo da su trouglovi API i AQI podudarni (pravilo $SUS, AP = AQ, \measuredangle PAI = \measuredangle QAI, AI = AI$). Zbog toga je $IP = IQ$. Slično iz podudarnosti trouglova BQI i BRI zaključujemo da je $IQ = IR$. Sada, kako je $IP = IQ = IR$, to je I centar opisane kružnice trougla PQR. Zbog toga je (na osnovu teoreme o odnosu centralnog I periferijskog ugla) $\measuredangle QPR = \frac{\measuredangle QIR}{2} = \frac{\alpha}{2}$ (2). Konačno, na osnovu (1) i (2) zaključujemo da vrijedi $\measuredangle APR = \measuredangle APQ + \measuredangle QPR = 90° - \frac{\alpha}{2} + \frac{\alpha}{2} = 90°$, tj. RP je okomio na AC, što je i trebalo dokazati.


C
P
R
I
A
Q
B

Rezultati

SEDMI RAZRED									
No.	**Prezime i ime**	**Škola**	**Z1**	**Z2**	**Z3**	**Z4**	**Z5**	**Suma**	**Plasman**
1	Fehratbegović Abdullah	OŠ Ćamil Sijerčić	8	10	10	10	8	46	1
2	Zaketović Senada	OŠ Hasan Kikić	10	10	10	10	4	44	2
3	Ibrahimović Faruk	OŠ Saburina	10	10	1	10	10	41	3
4	Jozić Ines	OŠ Stari Ilijaš	10	10	10	10	1	41	3
5	Kržalić Iman	OŠ Čengić Vila I	10	10	7	5	7	39	5
6	Smajić Sara	OŠ Isak Samokovlija	10	10	0	10	7	37	6
7	Husanović Dalila	OŠ Hasan Kikić	10	10	8	8	0	36	7
8	Kozica Vedad	OŠ Grbavica I	1	10	10	7	5	33	8
9	Rovčanin Merjem	OŠ Musa Ćazim Ćatić	10	9	10	0	4	33	8
10	Bataković Meris	OŠ Sead Ćehić	10	6	0	10	5	31	10
11	Babić Kerim	OŠ Malta	10	8	0	1	10	29	11
12	Krišto Filip	Katolički školski centar	1	10	0	7	10	28	12
13	Borovina Ajša	OŠ Skender Kulenović	10	8	0	8	2	28	12
14	Memišević Fatih Efe	OŠ Osman Nakaš	5	10	0	10	2	27	14
15	Tomić Dominik	OŠ Harmani II, Bihać	10	2	0	10	3	25	15
16	Hadžović Bakir	OŠ Musa Ćazim Ćatić	3	10	7	0	3	23	16
17	Kubat Lamija	OŠ Mula Mustafa Bašeskija	10	7	0	2	3	22	17
18	Mešan Mejrem	Treća osnovna škola	10	4	0	0	7	21	18
19	Sarajlić Selver	Druga OŠ Živinice	10	9	0	1	0	20	19
20	Mujanović Vedad	Prva osnovna škola	10	10	0	0	0	20	19
21	Hodžić Ejub	OŠ Hasan Kikić	2	5	0	7	5	19	21
22	Karić Sara	OŠ Harmani II, Bihać	3	3	0	10	3	19	21
23	Fejzić Danis	OŠ Vrhbosna	3	7	0	2	1	13	23
24	Sabitović Lamija	OŠ Suljo Čilić	9	3	0	0	1	13	23
25	Bulbulušić Sara	OŠ Safvet-beg Bašagić	1	10	0	1	1	13	23
26	Galijašević Tarik	OŠ Skender Kulenović	10	2	0	0	1	13	23
27	Vrco Minel	Treća osnovna škola	1	10	0	1	1	13	23
28	Ramić Faruk	OŠ Jezerski	10	2	0	0	0	12	28
29	Fetić Kerim	OŠ Mak Dizdar	1	4	0	6	1	12	28
30	Petrović Hamza	Druga osnovna škola	1	10	0	0	0	11	30
31	Skenderi Nejra	OŠ Skender Kulenović	2	2	0	0	6	10	31
32	Mameledžija Nejla	OŠ "Dolac"	3	2	0	0	3	8	32
33	Čolan Merjem	OŠ Vareš Majdan	2	3	0	1	2	8	32

34	Sumbuljević Adil	OŠ Druga osnovna škola	3	4	0	0	0	7	34
35	Omić Iman	OŠ 5. oktobar	2	2	0	2	0	6	35
36	Smajkić Nadja	OŠ Zalik Mostar	2	2	0	1	0	5	36
37	Softić Faris	OŠ Stjepan Polje	2	2	0	1	0	5	36
38	Muminović Nejla	Prva osnovna škola	1	4	0	0	0	5	36
39	Sarvan Adna	OŠ Skender Kulenović	2	0	0	1	1	4	39
40	Lapo Anes	OŠ Čelebići Konjic	0	1	0	0	2	3	40
41	Pašić Selver	OŠ Ivan Goran Kovačić	1	0	0	0	1	2	41
42	Ostrogonac Mak	OŠ Čengić Vila I	1	1	0	0	0	2	41
43	Salihović Adin	OŠ Lukavac Grad	0	0	0	0	2	2	41
44	Husejnović Azra	OŠ Soko	1	0	0	1	0	2	41
45	Selman Amila	OŠ Han Bila	0	1	0	0	1	2	41
46	Tanjo Emir	OŠ Mehmedalija Mak Dizdar	1	0	0	0	0	1	46

OSMI RAZRED									
No.	**Prezime i ime**	**Škola**	**Z1**	**Z2**	**Z3**	**Z4**	**Z5**	**Suma**	**Plasman**
1	Agić Tarik	OŠ Hrasno	10	10	10	5	10	45	1
2	Ćatić Asja	OŠ Musa Ćazim Ćatić	10	10	10	10	3	43	2
3	Čeljo Ilma	Grbavica II	10	7	10	4	10	41	3
4	Omerović Lejla	OŠ Mirsad Prnjavorac	10	7	9	10	0	36	4
5	Alibegović Harun	Osma osnovna škola Amer Ćenanović	10	7	7	10	0	34	5
6	Gavranović Naida	Grbavica II	6	7	9	10	0	32	6
7	Ćuprija Davud	OŠ Fatima Gunić	10	10	10	1	0	31	7
8	Mujkanović Kerim	OŠ 1. mart	10	9	9	1	0	29	8
9	Jašić Husein	OŠ Huso Hodžić	10	7	10	2	0	29	8
10	Hodžić Mia	OŠ Sveti Franjo Tuzla	10	7	10	1	0	28	10
11	Hamidović Elmas	Prva osnovna škola	10	9	5	1	0	25	11
12	Sadić Mirza	OŠ 25. novembar	9	6	9	0	0	24	12
13	Mrakić Sarah	OŠ Travnik	10	2	10	0	2	24	12
14	Spahić Ahmed	OŠ Gazi Ferhad-begTešanj	3	7	10	1	3	24	12
15	Draganović Hamza	OŠ Ključ, Ključ	10	7	6	0	0	23	15
16	Hrustanbegović Nadir	Osma osnovna škola Amer Ćenanović	10	0	3	9	0	22	16
17	Huskanović Fatima	Ricmond Park IPS Tuzla	10	0	9	1	1	21	17
18	Žilić Amar	OŠ Bukinje Tuzla	2	4	10	5	0	21	17
19	Goran Nejla	OŠ Travnik	10	3	5	2	0	20	19
20	Bubalo Hamza	Druga osnovna škola	10	7	2	0	0	19	20
21	Suljić Emina	OŠ Hrasno	10	7	0	1	0	18	21
22	Isabegović Elvir	OŠ Tušanj Tuzla	10	0	6	1	0	17	22
23	Halilović Emir	OŠ Memići	4	7	5	1	0	17	22
24	Prohan Selma	OŠ Travnik	4	7	5	1	0	17	22
25	Selimović Džejla	OŠ Čengić Vila I	2	7	5	2	0	16	25
26	Buza Fatima	OŠ Mehmedalija Mak Dizdar	10	3	2	1	0	16	25
27	Galijašević Ena	OŠ Čengić Vila I	1	9	3	2	0	15	27
28	Husić Adna	OŠ Crvarevac	10	2	2	1	0	15	27
29	Habibović Naida	OŠ Hamdija Kreševljaković	3	10	2	0	0	15	27
30	Filipović Hanan	OŠ Isak Samokovlija	10	0	5	0	0	15	27
31	Džafić Amir	OŠ Husein ef. Đozo	3	6	2	1	0	12	31
32	Šuta Amina	OŠ Zalik Mostar	10	0	0	0	0	10	32
33	Adilović Sara	OŠ Han Bila	10	0	0	0	0	10	32

34	Hodžić Mehmedalija	OŠ Čelebići Konjic	1	0	0	2	2	5	34
35	Mujezinović Erna	OŠ Husein ef. Đozo	2	0	1	0	0	3	35
36	Gutlić Tarik	OŠ Ahmet Hromadžić	2	0	0	0	0	2	36
37	Bašić Sani	OŠ Fahrudin Fahro Baščelija Goražde	2	0	0	0	0	2	36
38	Beganović Tarik	OŠ Kiseljak 1 Bilalovac	2	0	0	0	0	2	36
39	Ćatić Kenan	OŠ Tušanj	0	0	1	0	0	1	39
40	Tanjo Enis	OŠ Mehmedalija Mak Dizdar	1	0	0	0	0	1	39

DEVETI RAZRED									
No.	**Prezime i ime**	**Škola**	**Z1**	**Z2**	**Z3**	**Z4**	**Z5**	**Suma**	**Plasman**
1	Mujkić Benjamin	OŠ Safvet-beg Bašagić Novi Travnik	10	10	10	10	10	50	1
2	Macić Ervin	OŠ Mirsad Prnjavorac	10	10	10	2	10	42	2
3	Čavčić Tajra	OŠ Skender Kulenović	10	10	10	0	1	31	3
4	Frljak Adin	OŠ Hamdija Kreševljaković	10	10	10	0	1	31	3
5	Ibrahimović Emira	OŠ Saburina	10	10	10	0	0	30	5
6	Fehrić Mirnes	OŠ Umihana Čuvidina	10	3	10	0	3	26	6
7	Kadić Armin	OŠ Musa Ćazim Ćatić	0	5	10	8	1	24	7
8	Mujkanović Adna	OŠ 1. mart	8	10	0	5	0	23	8
9	Pavlinović Ema	OŠ Osman Nakaš	10	8	2	0	0	20	9
10	Kalfić Armin	KSC Sv. Franjo Tuzla	8	10	0	0	0	18	10
11	Erović Ilhan	OŠ Skender Kulenović	10	1	7	0	0	18	10
12	Karić Berina	Deveta osnovna škola	10	6	1	0	0	17	12
13	Suljendić Emana	OŠ Mejdan	8	1	6	0	1	16	13
14	Šahman Delila	OŠ Berta Kučera Jajce	10	3	0	0	3	16	13
15	Salkić Hajrudin	OŠ Mirsad Prnjavorac	1	8	6	0	0	15	15
16	Mandžukić Emina	OŠ Tušanj Tuzla	8	5	1	0	0	14	16
17	Lukovac Amina	OŠ Hasan Kaimija	8	5	1	0	0	14	16
18	Begić Emin	OŠ Safvet-beg Bašagić Visoko	10	4	0	0	0	14	16
19	Ajkunić Aid	Druga osnovna škola	3	1	0	10	0	14	16
20	Selimović Vedran	OŠ Miladije Tuzla	5	5	1	0	2	13	20
21	Šabić Amer	OŠ Ključ	8	5	0	0	0	13	20
22	Rahmanović Asja	OŠ Osman Nakaš	2	10	0	0	1	13	20
23	Midžić Dženan	OŠ Harmani II Bihać	10	1	0	0	0	11	23
24	Nuhić Lejla	IV osnovna škola	10	0	0	0	0	10	23
25	Kićo Esmir	OŠ Hamdija Kreševljaković	10	0	0	0	0	10	23
26	Mujić Belmin	OŠ Klokotnica	10	0	0	0	0	10	26
27	Hasanović Uma	OŠ Musa Ćazim Ćatić	4	1	0	1	2	8	26
28	Hrbat Elmedina	OŠ Simin Han Tuzla	8	0	0	0	0	8	28
29	Šišić Hedija	OŠ Višća Živinice	1	6	0	0	0	7	29
30	Efendić Iman	OŠ Fahrudin Fahro Baščelija Goražde	0	6	0	0	0	6	29
31	Dedić Sulejman	OŠ Klokotnica	0	5	1	0	0	6	31
32	Edin Hasanović	OŠ Tušanj Tuzla	4	0	1	0	0	5	31
33	Ena Imamović	OŠ Tušanj Tuzla	4	0	1	0	0	5	33

34	Mandra Merjem	OŠ Mula Mustafa Bašeskija	0	0	1	0	3	4	33
35	Spahić Almedina	OŠ Dubravica Vitez	2	1	0	0	0	3	35
36	Krivić Adian	OŠ Kovačići	2	0	0	0	0	2	36
37	Habibija Dalila	OŠ Hadžići	0	2	0	0	0	2	36
38	Kadić Zerina	OŠ Kiseljak 1 Bilalovac	0	0	1	0	0	1	38
39	Tiro Tajra	Treća osnovna škola	1	0	0	0	0	1	38
40	Rošić Irvana	OŠ Gazi Ferhad-beg Tešanj	0	0	1	0	0	1	38
41	Osmanović Ismar	OŠ Pazar Tuzla	0	0	0	0	0	0	41
42	Jamaković Semir	OŠ Fahrudin Fahro Baščelija Goražde	0	0	0	0	0	0	41
43	Šahinović Amila	OŠ Bužim, Bužim	0	0	0	0	0	0	41
44	Husić Haris	Prva osnovna škola	0	0	0	0	0	0	41
45	Ahmetbegović Nadir	Prva osnovna škola	0	0	0	0	0	0	41
46	Salibašić Tarik	OŠ Huso Hodžić	0	0	0	0	0	0	41
47	Zrno Faris	OŠ Kiseljak 1 Bilalovac	0	0	0	0	0	0	41

Na Juniorsku matematičku olimpijadu BiH 2019 plasirali su se sljedeći učenici:

No.	Prezime i ime	Škola	Razred
1	Fehratbegović Abdullah	OŠ Ćamil Sijerčić	7.
2	Zaketović Senada	OŠ Hasan Kikić	7.
3	Ibrahimović Faruk	OŠ Saburina	7.
4	Jozić Ines	OŠ Stari Ilijaš	7.
5	Agić Tarik	OŠ Hrasno	8.
6	Ćatić Asja	OŠ Musa Ćazim Ćatić	8.
7	Čeljo Ilma	Grbavica II	8.
8	Omerović Lejla	OŠ Mirsad Prnjavorac	8.
9	Alibegović Harun	Osma osnovna škola Amer Ćenanović	8.
10	Gavranović Naida	Grbavica II	8.
11	Ćuprija Davud	OŠ Fatima Gunić	8.
12	Mujkić Benjamin	OŠ Safvet-beg Bašagić Novi Travnik	9.
13	Macić Ervin	OŠ Mirsad Prnjavorac	9.
14	Čavčić Tajra	OŠ Skender Kulenović	9.
15	Frljak Adin	OŠ Hamdija Kreševljaković	9.
16	Ibrahimović Emira	OŠ Saburina	9.
17	Fehrić Mirnes	OŠ Umihana Čuvidina	9.
18	Kadić Armin	OŠ Musa Ćazim Ćatić	9.
19	Mujkanović Adna	OŠ 1. mart	9.
20	Pavlinović Ema	OŠ Osman Nakaš	9.

I na kraju...

Udruženje matematičara Kantona Sarajevo upućuje iskrene čestitke ovogodišnjim pobjednicima Federalnog takmičenja iz matematike učenika osnovnih škola, njihovim roditeljima i mentorima.

Zahvaljujemo članovima Komisije za pregledanje radova, kao i članovima Takmičarske komisije koji su odabrali zadatke za takmičenje. Također zahvaljujemo vrijednim studentima treće godine Nastavničkog smjera Odsjeka za matematiku na njihovoj pomoći u organizaciji takmičenja.

Posebna zahvala ide **Ministarstvu za obrazovanje, nauku i mlade Kantona Sarajevo i ministrici Zineti Bogunić** koji su obezbijedili novčane nagrade za pobjednike takmičenja.