

**UNIVERZITET U SARAJEVU  
PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
ODSJEK ZA MATEMATIKU**

**NASTAVNI PLAN  
III GODINE STUDIJA**  
(Vrijedio do akademske 2015/2016)

– STUDIJ PO BOLONJSKOJ DEKLARACIJI –

Sarajevo, 29. mart 2008.

Smjer: **Opći smjer**  
 Studijske grupe: **(1) Algebra**  
**(2) Analiza**  
 Stručni nazivi: **(1) Magistar teorijske matematike iz oblasti algebre**  
**(2) Magistar teorijske matematike iz oblasti analize**  
 Trajanje studija: **10 semestara**

Šifra	Predmet	Semestar				EC TS
		VII	VIII	IX	X	
PMAT 405	Fourierova i wavelet analiza	3+2+0				8
PMAT 410	Komutativna algebra	3+2+0				8
PMAT 415	Funkcionalna analiza II	3+2+0				8
	Izborni predmet 1	2+2+0				6
PMAT 455/495	Opća topologija		3+2+0			8
PMAT 460	Homološke metode algebre [ <i>studijska grupa (1)</i> ]		3+2+0			8
PMAT 465	Specijalne funkcije [ <i>studijska grupa (2)</i> ]		3+2+0			8
	Izborni predmet 2		2+2+0			7
	Izborni predmet 3		2+2+0			7
PMAT 505	Reprezentacija konačnih grupa [ <i>studijska grupa (1)</i> ]			3+2+0		10
PMAT 510	Analitička teorija brojeva [ <i>studijska grupa (2)</i> ]			3+2+0		10
	Izborni predmet 4			2+2+0		10
	Izborni predmet 5			2+2+0		10
	Izborni predmet 6				2+2+0	6
	Izborni predmet 7				2+2+0	6
	Magistarski rad				–	18

Izborni predmeti:

**VII semestar (Jedan od predloženih predmeta)**

- Teorija konačnih polja (PMAT 425)
- Stohastički procesi (AMAT 435)
- Parcijalne diferencijalne jednačine (AMAT 440)
- Metrički prostori (PMAT 430)

**VIII semestar (Dva od predloženih predmeta)**

- $p$ -adska analiza (PMAT 470)
- Ergodična teorija (PMAT 475)
- Matematička fizika (PMAT 480)
- Viša geometrija (PMAT 485)
- Teorija valuacija (PMAT 490)

**IX semestar (Dva od predloženih predmeta):**

- Harmonijska analiza na polju brojeva (PMAT 515)
- Nelinearna funkcionalna analiza (PMAT 520)
- Konačno generisani moduli (PMAT 525)
- Diferencijalna geometrija (PMAT 530)
- Apstraktna algebra (PMAT 535)

**X semestar (Dva od predloženih predmeta):**

- Apstraktna analiza (PMAT 555)
- Savremena teorija funkcija kompleksne promjenljive (PMAT 565)
- Konačne geometrije (PMAT 565)
- Algebarska teorija brojeva (PMAT 570)
- Nekomutativni prsteni (PMAT 575)

*Predmet koji je obavezan za jednu studijsku grupu može se uzeti kao izborni predmet na drugoj studijskoj grupi (umjesto ponuđenih izbornih predmeta). Također, najviše dva izborna predmeta mogu se zamijeniti sa predmetima nekog drugog smjera.*

**Nastavni program**

1. Torus. Fourierovi koeficijenti. Besselova nejednakost. Riesz-Fischerov teorem. Parsevalova jednakost. Mercerov teorem. Jednostavni teoremi konvergencije.
2. Fourierova transformacija. Formula inverzije. Konvolucija funkcija.
3. Grupovno-teoretski aspekt Fourierove analize. Ciljevi Fourierove analize na kompaktnim i lokalno kompaktnim komutativnim i nekomutativnim grupama.
4. Grupe transformacija. Pojam reprezentacije grupe. Opšti metod harmonijske analize.
5. Fourierovi redovi neprekidnih funkcija na torusu. Aproksimativne jedinice. Fejerovo jezgro i Cesaro sumabilnost. Poissonovo jezgro. Veza s kompleksnom analizom. Teorem F. i M Rieszsa.
6. Jezgra na  $\mathbb{R}$ . Poissonova sumaciona formula.
7. Fourierova transformacija na  $L^2(\mathbb{R})$ . Teorem Plancherela. Teorem Minkovskog kao primjer primjene u teoriji brojeva.
8. Nejednakost Hausdorff-Younga. Teoremi interpolacije. Teoremi Riesz-Thorina, Marcinkiewicza i Stein-Weissa.
9. Primjene tehnika teorije distribucija.
10. Razvoj po sopstvenim funkcijama diferencijalnog operatora. Regularni Sturm-Liouvilleov problem.
11. Haarov sistem.
12. Mali talasi. Od Fourierove analize ka waveletima.
13. Multirezolucijska analiza.
14. Wavelet transformacija i vremensko-frekvencijska analiza.
15. Baze u Banachovim prostorima i wavelet redovi.

**Literatura:**

1. **H. Helson**, *Harmonic analysis*, 2<sup>nd</sup> ed., 1995
2. **E. Hernández, G. Weiss**, *A first course on wavelets*, CRPC 1996
3. **Y. Katznelson**, *An introduction to harmonic analysis*, 3<sup>rd</sup> ed., Cambridge University Press 2004
4. **E. M. Stein and R. Shakarchi**, *Fourier analysis. An introduction*, Princeton University Press 2003

**Program sačinio: dr. Muharem Avdispahić, redovni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet: Komutativna algebra**

**Fond sati: 30**

*Nastavni program*

1. Prsteni i ideali. Prsteni i homomorfizmi. Ideali i prsteni razlomaka. Djelitelji nule. Nilpotentni elementi. Jedinice. Prosti i maksimalni ideali. Nilradikal i Jacobsonov radikal. Neke operacije u skupu ideala. Ekstenzija i kontrakcija u skupu ideala.
2. Moduli i podmoduli. Moduli i homomorfizmi modula. Podmoduli i moduli razlomaka. Operacije u skupu podmodula. Direktna suma i direktni proizvod. Konačno generisani moduli. Egzakti nizovi modula. Tenzorski proizvod algebri.
3. Prsteni i moduli razlomaka. Prsten razlomaka. Modul razlomaka. Lokalna svojstva. Ekstenzija i kontrakcija u prstenu razlomaka.
4. Primarna dekompozicija ideala. Primarni ideali. Primarna dekompozicija ideala.
5. Cijeli elementi. Cijela zavisnost. Valuacije.
6. Uslovi lanaca.
7. Noetherini prsteni i moduli.
8. Artinovi prsteni i moduli.
9. Diskretni valuacioni prsteni. Dedekindove oblasti.
10. Afine sheme.

**Obavezna literatura:**

1. **M.F. Atiyah and I.G. MacDonald**, *Introduction to Commutative Algebra*, Addison Wesley Publishing Company, Massachusetts, 1969. (Ruski prevod: Izdatel'stvo "Mir", Moskva, 1972) i to glava I-IX
2. **D. Eisenbud**, *Commutative algebra with a view towards algebraic geometry*, (Graduate Texts in Mathematics v. 150), New York, Springer-Verlag, 1996
3. **R. Miles**, *Undergraduate Commutative Algebra*, London Math. Soc. Student Text 29, 1995

**Dopunska literatura:**

1. **S. Lang**, *Algebra* (Graduate Texts in Mathematics v. 211, New York, Springer-Verlag, 2002
2. **O.Zariskii and P.Samuel**, *Commutative Algebra*, Van Nostrand, Princeton, New Jersey, 1958
3. **A.V.Geramita & Ch. Small**, *Introduction to homological Methods in Commutative Rings*
4. **Yu. I. Manin**, *Lekcii po algebraičevskoi geometrii-Afine sheme* (Dio I) Izdavač: Moskovski univerzitet, 1970, 133 str.
5. **M. Nagata**, *Local Rings*

**Program sačinila: dr. Mirjana Vuković, redovni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet:** *Matematičke metode u obradi, analizi i vizualizaciji digitalnih slika*

**Fond sati:** 30

### **Nastavni program**

Ljudski vizuelni sistem. 2-D linearni sistemi i signali. Digitalizirana 2D slika i njene osobine. Strukture podataka za analizu slike. 2-D diskretne transformacije. Pобољшanje slike, operacije nad tačkom, histogram bazirane operacije. Prostorne operacije, niskofrekventni i visokofrekventni operatori. Nelinearni operatori. Geometrijske transformacije. Restauracija slike, inverzni, pseudoinverzni i Wienerov filter. Ekstrakcija značajki slike. Segmentacija slike, metode bazirane na pragu, metode bazirane na ivicama, metode bazirane na regionima, metode bazirane na grupisanju. Deskripcija i reprezentacija oblika, metode bazirane na konturama, metode bazirane na regionima. Prepoznavanje oblika, statistički klasifikatori, neuronske mreže, ekspertni sistemi, prepoznavanje kao uparivanje grafova. Optimizacione tehnike u prepoznavanju. 3D digitalne slike. Pобољшanje 3D slika. Segmentacija 3D slika, segmentacija površi, segmentacija volumena. Modeliranje i rekonstrukcija površi. Registracija 3D slika. Vizuelizacija 3D slika. Iscrtavanje površi, iscrtavanje volumena. Aplikacioni softver za obradu i analizu slika. Primjeri primjene u industrijskoj viziji, robotici, komunikacijama i biomedicini.

#### **Literatura:**

1. **M. Sonka, V. Hlavac, R. Boyle**, *Image Processing, Analysis and Machine Vision*, Brooks P C, 1999
2. **G. Lohmann**, *Volumetric Image Analysis*, Wiley & Teubner, 1999

**Program sačinio:** *dr. Naser Prljača, vanredni profesor*

**Nastavni program**

1. Dirichletovi redovi i Riemannova zeta funkcija. Möbiusova funkcija, von Mangoldtova funkcija i Möbiusova formula inverzije.
2. Važni Dirichletovi redovi i aritmetičke funkcije. Veza sa Riemannovom zeta funkcijom.
3. Meromorfno produljenje Riemannove zeta funkcije i funkcionalna jednačina.
4. Cijele funkcije, red cijele i meromorfne funkcije, Hadamardov teorem o faktorizaciji.
5. Nule Riemannove zeta funkcije i formule faktorizacije. Hamburgerov teorem inverzije.
6. Teorem Hadamarda i de la Vallée Poussina.
7. Teorem o prostim brojevima.
8. Oblasti bez nula Riemannove zeta funkcije.
9. Riemannova hipoteza i neke njene posljedice.
10. Konačne Abelove grupe i njihovi karakteri.
11. Grupa kongruencija po modulu i Dirichletovi karakteri.
12. Gaussove sume pridružene Dirichletovim karakterima.
13. Dirichletova L-funkcija. Meromorfno produljenje i funkcionalna jednačina za Dirichletovu L-funkciju.
14. Dirichletov teorem o prostim brojevima u aritmetičkim progresijama.
15. Distribucija prostih brojeva u aritmetičkim progresijama.

**Literatura:**

1. **G. J. O. Jameson**, *The prime number theorem*, LMS Student texts 53, Oxford University Press, 2003
2. **E. C. Titchmarsh**, *The theory of the Riemann zeta-function*, 2nd ed., revised by D. R. Heath-Brown, Oxford University Press, 1986
3. **T. M. Apostol**, *Introduction to analytic number theory*, UTM Springer, 1998
4. **M. R. Murty**, *Problems in analytic number theory*, GTM Springer, 2001

**Program sačinila: dr. Lejla Smajlović, docent**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet:** *Stohastički procesi*

**Fond sati:** 30

*Nastavni program*

1. Definicije i Teorem egzistencije Kolmogorova.
2. Brown-ovo kretanje. Definicija. Nепrekidnost putanja. Neregularnost putanja. Jaka Markovljeva osobina. Princip refleksije.
3. Uslovna očekivanja. Dvostruki ulozi-martingali. Vremena zaustavljanja. Teorem konvergencije. Primjene.
4. Markovljevi lanci. Transience. Persistence. Primjeri

**Literatura:**

1. I.P. Cornfeld, S.V. Fomin, Ya.G. Sinani, *Ergodic Theory*, Springer Verlag, New York, 1982

**Program sačinio:** *dr. Harry Miller, redovni profesor*

### **Nastavni program**

Uvod u paralelno programiranje, motivacija, ciljevi i istorija, naučne, inženjerske i komercijalne primjene, platforme za paralelno programiranje, VLIWP, von Neuman-ovo usko grlo, dihotomija paralelnih računara, fizička organizacija računara, mrežne topologije, troškovi komunikacije, principi dizajna paralelnih algoritama, dekompozicija, zadaci i graf zavisnosti, tehnike dekompozicije, zadaci i zavisnosti, data-paralel, zadatak-paralel, master-slave, osnovni operatori komunikacije: one-to-all, all-to-one, all-to-all, mjerenje kvalitete i performansi paralelnih algoritama, asimptotska analiza, Eratosthene-ovo sito, Algoritmi za guste matrice: množenje matrica, Canon i DNS algoritmi, rješavanje sistema linearnih jednačina; Paralelni algoritmi za sortiranje: kako upoređivati elemente, bubble sortiranje i varijante, quick sortiranje, radix sortiranje; Osnovni paralelni algoritmi na grafovima: Primov algoritam, Dijkstra algoritam, Floyd algoritam, tranzitivno zatvorenje, algoritmi na rijetkim grafovima, Pretraživanje za diskretne probleme optimizacije: paralelni branch-and-bound, paralelni DFS, analiza i eksperimentalni rezultati za LDFS, paralel BFS, Paralelno dinamičko programiranje: najkraći put, 0/1 knapsack problem, najduži zajednički podstring, Floyd all-pairs shortest problem, optimalno množenje matrica, Fast Fourier Transformacija, diskretna Fourier transformacija.

#### **Obavezna literatura:**

1. **M. Quinn**, *Parallel programming in C with MPI and OpenMp*
2. **A. Grama, A. Gupta, G. Karypis, V. Kumar**, *Introduction to Parallel Computing*
3. **T. Corman, C. Leiserson, R. Rivest**, *Introduction to Algorithms*
4. **R. Sedgewick**, *Algorithms in C/C++*, Addison-Wisley, 1999
5. **W. Gropp**, *Beowulf Cluster Computing with Linux*

**Program sačinio:** *dr. Haris Gavranović, docent*



### Nastavni program

**1. Topološka grupa.** Definicija i osnovne osobine topološke grupe. Važnije teoreme o topološkim grupama. Teorema o bazi topologije u neutralnom elementu  $e$  i bazi topologije u proizvoljnom elementu  $x$ . Primjeri i komentari. Podgrupa topološke grupe (pojam i primjeri). Važnije teoreme o topološkoj podgrupi. Teorema o podgrupi induciranoj potfamilijom familije okolina neutralnog elementa  $e$ . Faktorska grupa topološke grupe po (normalnoj) podgrupi. Važnije teoreme o faktorskoj grupi topološke grupe. Primjeri faktorske topološke grupe. Povezanost, totalna nepovezanost i O-dimenzionalnost (pojam, primjeri i osnovne osobine). Teorema o O-dimenzionalnosti topološkog prostora. Važnije teoreme o komponenti neutralnog elementa topološke grupe. Teorema o centralnom normalnom djelitelju topološke grupe. Teorema o potpuno nepovezаноj topološkoj grupi.

**2. Metrizabilnost topološke grupe i invarijantne pseudometrike na topološkoj grupi.** Uniformna struktura (lijeva i desna) na topološkoj grupi. Pojam ravnomjerno (uniformno) neprekidnog preslikavanja u odnosu na par ravnomjernih struktura. Ekvivalentne uniformne strukture. Osnovna teorema o ravnomjerno neprekidnom preslikavanju u odnosu na par ravnomjernih struktura. Primjeri i komentari. Lijevo (desno) i obostrano invarijantne pseudometrike. Teorema o metrizabilnosti topološke grupe. Teorema o potpunoj regularnosti topološke grupe tipa  $T_0$ . Teorema o metrizaciji lokalno izbrojivo kompaktne grupe.

**3. Haarova mjera i Haarov integral na lokalno kompaktnoj grupi.** Uvodna razmatranja. Haarova mjera i Haarov integral. Teorema o egzistenciji lijevog Haarovog integrala na lokalno kompaktnoj grupi. Desni Haarov integral. Modularna funkcija i njene osobine. Primjeri Haarove mjere i Haarovog integrala. Pojam i osnovne osobine Vilenkinoive grupe i njene grupe karaktera. Haarov integral na Vilenkinovoj grupi. Furijeova transformacija na Vilenkinovoj grupi i Furije-Vilenkinovi redovi.

### Literatura

1. E. Hewitt, and K. Roos, *Abstraktnii garmonicheskii analiz* (tom I), Nauka, Moskva, 1975
2. L. S. Pontryagin, *Nepreryvnye gruppi*, Moskva, 1984
3. N.G. Agaev, *Mul'tiplikativnye sistemi funktsii i garmonicheskii analiz na nul-mernykh gruppah*, Izdatel'stvo " Elm", Baku, 1981
4. F. Schipp, W.R. Wade, P. Simon, (with assistance from J. Pal), *Walsh Series and introduction to dyadic harmonic analysis*, Academiai KIADO, Budapest 1990

**Program sačinio:** *dr. Medo Pepić, vanredni profesor*

### **Nastavni program**

Dinamika jednodimenzionalnih dinamičkih sistema. Diferentne jednadžbe prvog reda. Logistička jednadžba. Linearna preslikavanja, linearne diferentne jednadžbe sa konstantnim i varijabilnim koeficijentima. Tačke ekvilibrijuma (fiksne tačke). Stabilnost u hiperbolnom i nehiperbolnom slučaju. Grafički prikazi. Periodičke tačke i njihova stabilnost. Bifurkacije. Bifurkacioni dijagram. Lyapunovi eksponenti. Box dimenzija. Teorem Sharkovskog i udvostručenje perioda. Simbolička dinamika za jednodimenzionalna preslikavanja. Cantorov skup. Simbolička dinamika i chaos u smislu Devaney. Disipativna preslikavanja i globalna atraktivnost.

Dinamika dvodimenzionalnih dinamičkih sistema. Linearna preslikavanja, linearni sistemi. Fundamentalni skup rješenja. Diferentne jednadžbe drugog reda. Fazni dijagrami. Stabilnost. Stabilnost linearnih sistema. Lyapunove funkcije za nelinearna preslikavanja. Metoda linearizacije. Invarijante i pridružene Lyapunove funkcije. Hartman-Grobman teorem. Teorem stabilne mnogostrukosti. Centralna mnogostrukost. Neimark-Sacker (Hopf) bifurkacija.

Dinamika trodimenzionalnih dinamičkih sistema. Diferentne jednadžbe trećeg reda. Primjene: Henonovo preslikavanje, epidemiološki modeli, modeli u ekonomiji i fizici.

**Software** Softverski paket *Dynamica* koji su razvili profesori M.R.S. Kulenović i O. Merino. Ovaj paket se može besplatno skinuti sa [www.math.uri.edu/Dynamica](http://www.math.uri.edu/Dynamica)

#### **Literatura:**

1. **S.N. Elaydi**, *Discrete Chaos*, Chapman & Hall/CRC 1999
2. **S.N. Elaydi**, *An Introduction to Difference Equations*, Springer 1999
3. **M.W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney**, *Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos*, Elsevier Academic Press 2003
4. **M.R.S. Kulenović, O. Merino**, *Discrete Dynamical Systems and Difference Equations with Mathematica*, Chapman & Hall/CRC 2002
5. **R.E. Mickens**, *Difference Equations Theory and Applications*, Chapman & Hall/CRC, Second Edition 1998
6. **C. Robinson**, *Dynamical Systems, Stability, Symbolic Dynamics and Chaos*, CRC Press, 1999

**Program sačinila: dr. Senada Kalabušić, docent**

**Nastavni program**

1. **Entropija.** Entropija i osobine entropije.
2. **Osnovni pojmovi teorije kodiranja.** Komunikacijski kanal. String i kod. Tipovi kodova: linearni i nelinearni kod. Familije kodova: Hammingov kod, Golay kod, Reed-Mullerov kod. BCH kod, Reed-Solomonov kod, Kod kvadratnih ostataka, Goppa kod, Justesenov kod, Savršeni kod. Dobijanje novih kodova iz starih.
3. **Linearni kodovi.** Generator matrica linearnog koda. Dual linearnog koda. Vjerovatnoća korektnog dekodiranja. Vjerovatnoća otkrivanja greške. Dekodiranje pomoću sindroma. Hamming i Golay kodovi. Reed-Miller kodovi.
4. **Konačna polja.** Pojam i osobine konačnih polja. Nesvodljivi polinomi nad konačnim poljima. Korijeni jedinice. Red polinoma. Red nesvodljivog polinoma.
5. **Ciklički kodovi.** Generatorni polinom cikličkog koda. Kontrolni polinom cikličkog koda. Karakterizacija cikličkih kodova pomoću nula koda. Hammingov kod kao ciklički kod. Idempotentni generator cikličkog koda. Minimalan ciklički kod. Neki ciklički kodovi: BCH kod, Reed-Solomon i Justesen kod, Goppa kod. Kod kvadratnih ostataka.

**Literatura:**

1. **S. Roman**, *Coding and Information Theory*, Springer, New York, 1992
2. **R. Hamming**, *Coding and Information Theory*, Second Edition, Prentice Hall, 1986
3. **R. Hill**, *A First Course in Coding Theory*, Clarendon Press, Oxford, 1986
4. **R. Lidl, Rudolf and H. Niederreiter**, *Finite Fields*, Addison-Wesley Publishing Company, 1985

**Program sačinio: dr. Hasan Jamak, vanredni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet:** *Ergodična teorija*

**Fond sati:** 30

#### **Nastavni program**

1. Osnovne definicije. Dinamički sistemi. Automorfizmi. Endomorfizmi. Tok. Nепrekidan tok. Invarijante. Fazni prostori. Mješanje. Slabo mješanje. Višestruko mješanje. Ergodičnost.
2. Primjeri.
3. Liouville-ov teorem i Dinamički sistemi klasične mehanike.
4. Dinamički sistemi na kompaktnim metričkim prostorima.
5.  $L^1$  i  $L^2$  ergodične teoreme. Primjene.
6. Nепrekidnost razlomljenih funkcija.

#### **Literatura:**

1. I.P. Cornfeld, S.V. Fomin, Ya.G. Sinai: *Ergodic Theory*, Springer Verlag, New York, 1982

**Program sačinio:** *dr. Harry Miller, redovni profesor*

### Nastavni program

1. **Gama funkcija i Beta funkcija.** Gama funkcija. Funkcionalne jednačine gama funkcije. Beta funkcija.
2. **Diferencijalne jednačine tipa**  $y'' + p(z)y' + q(z)y = 0$ . Rješavanje jednačina ovog tipa pomoću stepenih redova. Tačka  $x = x_0$  je obična tačka funkcija  $p(x)$  i  $q(x)$ . Jednačine Fuchovog tipa.
3. **Legendreovi polinomi.** Generatrisa Legendreovih polinoma. Diferencijalna jednačina Legendrovih polinoma. Redriguesova formula. Legendrovi koeficijenti. Bonetova i Christoffelova rekurentna relacija. Legendrovi polinomi i ortogonalnost. Majorantna formula za izvode Legendreovih polinoma. Nule Legendrovih polinoma.
4. **Laguerreovi polinomi.** Generatrisa Laguerreovih polinoma. Diferencijalna jednačina Laguerreovih polinoma. Rekurentne relacije Laguerreovih polinoma Pridruženi Laguerreov polinom. Pridružena Laguerreova funkcija. Generalisani Laguerreovi polinomi.
5. **Hermiteovi polinomi.** Generatrisa Hermiteovih polinoma. Diferencijalna jednačina Hermiteovih polinoma Rekurentne relacije Hermiteovih polinoma. Ortogonalnost Hermiteovih polinoma. Hermiteove funkcije. Integralna reprezentacija Hermiteovih polinoma.
6. **Čebišljevi polinomi.** Generatrisa Čebišljeovih polinoma. Diferencijalna jednačina Čebišljeovih polinoma. Čebišljeova funkcija druge vrste. Rekurentne relacije Čebišljeovih funkcija. Rodriguesova formula za Čebišljeove funkcije. Nule Čebišljeovih polinoma. Ortogonalnost Čebišljeovih polinoma. Čebišljev problem.
7. **Besselove funkcije.** Generatrisa Besselovih funkcija. diferencijalna jednačina Besselovih funkcija. Razvoj funkcije  $z^k$  u red Besselovih funkcija. Besselova funkcija proizvoljnog indeksa. Modifikovane Besselove funkcije. Kelvinove funkcije. Besselova funkcija druge i treće vrste.

### Literatura:

1. **G.E. Andrews, R. Askey, R.Roy,** *Special funtions*, Cambridge University Press1999
2. **D.S. Mitrinović,** *Specijalne funkcije*
3. **A.F. Nikiforov, V.B. Uvarov,** *Specijalne funkcije matematičke fizike, Osnovi teorije specijalnih funkcija*
4. **N.J. Vilenkin,** *Specijalne funkcije i teorija reprezentacija*
5. **D.D. Kuznecov,** *Specijalne funkcije*

**Program sačinila: dr. Mirjana Malenica, redovni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

Nastavni predmet: *Metodi primijenjene matematike:*  
*Diferencijalne jednačbe*

Fond sati: 30

### **Nastavni program**

Kompleksni linearni sistemi. Homogeni linearni sistemi u regularnom slučaju. Izolirani singulariteti. Slabo singularne tačke. Jednačbe Fuchsianovog tipa. Metod redova. Jednačba drugog reda.

Rubni problem i problem svojstvenih vrijednosti. Sturm-Liouvilleov problem svojstvenih vrijednosti. Kompaktni autoadjungirani operatori na Hilbertovom prostoru.

Nelinearni sistemi. Equilibrium kod nelinearnih sistema (sink, sources). Sedlo. Stabilnost. Lyapunov metod. Opće nelinearne tehnike. Zatvorene orbite i granični skupovi. Poincareovo preslikavanje. Monotoni nizovi u planarnim dinamičkim sistemima. Poincare-Bendixsonov teorem. Oscilacije.

Primjene

Biologija : Infektivne bolesti, Predator/Prey sistem. Kompeticija.

Električna kola: Lienardova jednačba, van der Polova jednačba, Neurodinamika.

Primjene u mehanici: Newtonov drugi zakon, Konzervativni sistemi, Problem dva tijela.

**Software** Mathematica, Maple.

### **Literatura:**

1. **M.W. Hirsch, S. Smale, R. L. Devaney**, *Differential Equations, Dynamical Systems & An Introduction to Chaos*, Elsevier Academic Press 2003
2. **F. Verhulst**, *Nonlinear Differential Equations and Dynamical Systems*, Springer, Second Edition 1996
3. **W. Walter**, *Ordinary Differential Equations*, Graduate Text in Mathematics, Readings in Mathematics, Springer, Second edition 1998

**Program sačinila: dr. Senada Kalabušić, docent**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

Nastavni predmet: *Numeričko rješavanje parcijalnih  
diferencijalnih jednačina*

Fond sati: 30

*Nastavni sadržaj*

Numerička diskretizacija: Metod konačnih razlika i konačnih elemenata. Prototipni problemi u nauci i inženjerstvu. Klasifikacija linearnih parcijalnih jednačina drugog reda. Hiperbolički sistemi prvog reda. Parabolička difuzna jednačina. Lax-Richtmyer teorija za problem početnih vrijednosti. Sobolovljevi prostori. Problemi eliptičkih rubnih vrijednosti i metod konačnih razlika. Metodologija konačnih vrijednosti. Variacioni pristup rješavanju običnih i parcijalnih diferencijalnih jednačina. Rješavanje paraboličkih jednačina metodom konačnih elemenata te eliptičkih jednačina metodom konačnih razlika. Posebne jednačine: akustični talasi u letjelicama, električna difuzija paralelna električnom polju, rastezanje metala, fluidne jednačine, Black-Sholes jednačina, i sl.

**Literatura:**

1. **Hall, A. Charles, Thomas A. , Porsching, A.,** *Numerical Analysis of Partial Differential Equations*, Prentice-Hall, Inc , 1990

**Program sačinila:** *dr. Amela Muratović*

### **Nastavni program**

1. Apsolutne vrijednosti na polju racionalnih brojeva
2. U potpunjenja
3. Nearhimedovska topologija polja *p*-adskih brojeva
4. Henselova lema
5. Nizovi i redovi
6. Funkcije. Nепrekidnost i diferencijabilnost.
7. Stepenni redovi
8. Analitičke funkcije
9. Neke elementarne funkcije
10. Invarijantna mjera na polju *p*-adskih brojeva
11. Teorija integracije
12. *p*-adska teorija algebarskih brojeva

### **Literatura:**

1. **F. Q. Gouvea**, *p-adic Numbers: An Introduction*, 2nd ed., Springer 2003
2. **N. Koblitz**, *p-adic Numbers, p-adic Analysis, and Zeta-Functions*, 2nd ed., Springer 1996
3. **A. M. Robert**, *A Course in p-adic Analysis*, Springer 2000
4. **V.S. Vladimirov, I.V. Volovich, E.I. Zelenov**, *p-adic analysis and mathematical physics*, World Scientific 1994

**Program sačinio:** *dr. Muharem Avdispahić, redovni profesor*



### Nastavni program

1. Valuacija nad poljem.  $p$ -adska valuacija nad poljem racionalnih brojeva. Osobine valuacije. Oblast cijelih. Prsten jedinica. Grupovno-topološke karakteristike aditivne i multiplikativne strukture.
2. U potpunjenje polja. Proširenje valuacije na konačno proširenje polja. Remifikacioni indeks proširenja.
3. Algebarsko polje brojeva  $k$ . Teorem Ostrowskog (karakterizacija svih valuacija nad algebarskim poljem brojeva). Produktna formula za diskretni valuacioni prsten.
4. Norma, diferenta i diskriminanta algebarskog polja brojeva i njihove osobine.
5. Fourierova transformacija, mjera Haara i karakteri na aditivnoj i multiplikativnoj strukturi polja brojeva. Zeta funkcija polja brojeva (lokalna zeta funkcija). Funkcionalna jednačina za zeta funkciju.
6. Suženi direktni produkt grupa i karakteri. Adele i idele grupe. Grupovno-topološke karakteristike adele i idele grupa. Fourierova transformacija, karakteri i kvazi-karakter na adele i idele grupama. Mjera Haara na adele i idele grupama.
7. Lokalna izračunavanja u slučaju arhimedovskih i nearhimedovskih valuacija. Poissonova sumaciona formula i Riemann-Roch teorem.
8. Heckeovi karakteri na idele klasama. Zeta funkcija na idele grupi (globalna zeta-funkcija). Funkcionalna jednačina za globalnu zeta funkciju.
9. Riemannova i Dedekindova zeta funkcija. Heckeova  $L$  – funkcija i  $A$  – funkcija. Dirichletov red i Eulerov proizvod. Funkcionalna jednačina za Heckeovu  $A$  – funkciju.
10. Eksplicitna formula Weila za Heckeovu  $L$  – funkciju. Neke primjene eksplicitne formule.

### Literatura:

1. **S. Lang**, *Algebraic number theory*, Springer GTM 110, 1996
2. **W. Narkiewicz**, *Elementary and analytic theory of algebraic numbers*, 2<sup>nd</sup> ed., Springer, 1990

**Program sačinila:** *dr. Lejla Smajlović, docent*

**Nastavni program**

1. **Graduirane strukture.** Graduirane grupe. Graduirani prsteni (neasocijativni i asocijativni). Graduirani moduli.
2. **Ekstragraduirane i paragrauduirane grupe.** Aspekt nehomogenosti, semi-homogenosti i homogenosti.
3. **Strukture izvedene iz paragrauduiranih grupa.** Homogene podgrupe. Srce. Kvazi-homomorfizmi. Homomorfizmi. Aglutinacije. Direktna suma i Dèscartesov proizvod. Kvazi-grupoid. Kvazi-izomorfizmi u komutativnom kvazi grupoidu.
4. **Ekstragraduirani i paragrauduirani prsteni.** Ekstragraduirani i paragrauduirani prsteni. Kvazi-aneidi. Ekstragraduirani i paragrauduirani moduli. Kvazi-moduloidi.

**Obavezna literatura:**

1. **M. Krasner, M. Vuković:** *Structure Paragraduées (Groupes, Anneaux, Modules)* monografija, Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics/No. 77, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 1987, 163 str.
2. **M. Krasner,** *Anneaux Gradués généraux*, Colloque d'Algèbre Rennes, 1980, 209/308.
3. **M. Chadeyras,** *Essai d'une théorie noetherienne homogène pour les anneaux commutatifs dont la graduation est aussi générale que possible*, Suppl.Bull. Soc. Math. France, Memoire 22, 1970, 143 str.
4. **E. Halberstadt,** *Théorie Artinienne homogène des anneaux gradués a grade non commutatifs réguliers (doktorska disertacija)*, Faculté des Sciences de Paris, Université "Pierre et Marie Curie", 1971, 178 str.

**Dopunska literatura:**

1. **S. Lang,** *Algebra* (Graduate Texts in Mathematics v. 211) New York, Springer/Verlag, 2002

**Program sačinila: dr. Mirjana Vuković, redovni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet: *Konačne geometrije***

**Fond sati: 30**

### **Nastavni program**

1. Konačne strukture sa aksiomama incidencije
2. Preslikavanja koja čuvaju incidenciju
3. Matrice incidencije
4. Geometrija konačnih vektorskih prostora
5. Projektivne i afine ravni
6. Kombinatorika konačnih ravni
7. Projektivnost
8. Grupe kolineacija. Centralne kolineacije
9. Konstrukcija konačnih ravni
10. Algebarske reprezentacije

### **Literatura:**

1. **Karteszi**, *Introduction to finite geometries*, North-Holland, 1976
2. **P. Dembowski**, *Finite geometries*, Springer-Verlag, 1997

**Program sačinili: dr. Hasan Jamak, vanredni profesor i dr. Lejla Smajlović, docent**

**Nastavni program**

**I Osnovni pojmovi homološke algebre**

1. Projektivni moduli
2. Injektivni moduli. Injektivni omotač
3. Kompleksi
4. Funktori TOR i EXT

**II Neke klase modula**

1. Konačno generisani moduli. Konačno prezentirani moduli
2. Moduli sa osobinom promjene. Moduli sa osobinom konačne promjene
3. Divizibilni moduli. h-divizibilni moduli
4. Relativno divizibilni moduli.
5. Čisti podmoduli
6. Filtracije i ultrakompletnost

**III Konačno generisani moduli nad lančanim prstenima**

1. Lančani prsteni
2. Konačno generisani moduli nad lančanim prstenima
3. Goldijeva dimenzija modula
4. Indekompozibilni konačno generisani moduli
5. Dekompozicija konačno generisanih modula nad lančanim prstenima
6. Uniserijalni i poliserijalni moduli

**Literatura**

1. **L. Fuchs and L. Salce**, *Modules over Valuation Domains*, Marcel Dekker, New York, 1985.
2. **F. Kaš**, *Moduli i koljca*, Mir, Moskva, 1981.
3. **E. Matlis**, *Torsion-Free Modules*, The University of Chicago Press, Chicago

**Program sačinio: dr. Hasan Jamak, vanredni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet:** *Kompjuterska geometrija, grafika i vizuelizacija*      **Fond sati:** 30

### **Nastavni program**

Uvod u problematiku kompjuterske manipulacije geometrijskim objektima. Linijski segmenti i njihovi presjeci. Trijagulacija poligona. Pretraživanje opsega. Lokacija tačke. Voronoi dijagrami. Delaunay trijagulacija. Konveksni omotači. Randomizirani geometrijski algoritmi. Ostali geometrijski algoritmi i geometrijske strukture podataka. 3D geometrijski modeli. 2D i 3D parametarske krive i površi. 2D i 3D matrice transformacija. Perspektivna projekcija. Algoritmi za eliminaciju skrivenih površi. Algoritmi sjenčenja. Standardne biblioteke kompjuterske grafike.

### **Literatura:**

1. **Mark de Berg, Marc van Kreveld, Mark Overmars, Otfried Schwarzkopf,** Computational Geometry, Algorithms and Applications, Springer Verlag, 1997
2. **P. Shirley,** Fundamentals of Computer Graphics, A.K. Peters, 2002

**Program sačinio:** *dr. Naser Prljača, vanredni profesor*

### **Nastavni program**

Skupovi, relacije, jezici. Konačna reprezentacija jezika, Konačni automati, Regularni izrazi, Algoritamski aspekti konačnih automata, Context-free gramatike i pushdown automati, definicija Turing-ove mašine, računanje sa Turing-ovom mašinom, Turing-ova mašina sa direktnim pristupom, Nedeterministička Turing-ova mašina. Church-Turing princip, problem zaustavljanja, nerješivi problemi Turing-ovom mašinom, rekurzivni jezici, klasa P, primjeri, problem Boolean satisfiability, klasa NP, Polinomijalna redukcija problema, primjeri, Cook-ov teorem, NP-complete problemi, primjeri, rješavanje NP-complete problema, analiza podproblema, aproksimacije, kvalitet aproksimacija, garancija kvalitete, garancija kvalitete u praksi, metaheuristike, taboo, simulated annealing, primjeri.

### **Literatura:**

1. **H. Lewis, C. Papadimitriou**, *Elements of the Theory of Computation*
2. **M. Garey, D. Johnson**, *Computers and Intractability, A Guide to the Theory of NP-Completeness*
3. **T. Corman, C. Leiserson, R. Rivest**, *Introduction to Algorithms*
4. **R. Sedgewick**, *Algorithms in C/C++*, Addison-Wesley, 1999
5. **R.K. Ahuja, T.L. Magnanti, J.B. Orlin**; *Network algorithms*, Prentice-Hall, New Jersey, 1993
6. **D. Gustfield**, *Algorithms on Strings, Trees, & Sequences*, Cambridge University Press, 1997

**Program sačinio:** *dr. Haris Gavranović, docent*

### Nastavni sadržaj

**I. Osnovni koncept fuzzy skupova.** Fundamentalni koncept fuzzy skupova. Reprerentacija fuzzy skupova. Semantika fuzzy skupova. Operacije na Fuzzy skupovima. Fuzzy relacije. Operacije na fuzzy relacijama. Princip Extension. Fuzzy aritmetika. Mjera fuzzinesa. Lingvisticke varijable i distribucije mogućnosti.

**II. Operacije na fuzzy skupovima.** Presjek i unija fuzzy skupova. Nemonotone fuzzy operacije. Operatori agregacije. OWA operatori. Lingvistički kvantifikatori. Fuzzy mjera i Integrali.

**III. Teorija aproksimativnog rezonovanja (Fuzzy logika).** Elementi aproksimativnoga rezonovanja. Semantika aproksimativnoga rezonovanja. Dedukcija u aproksimativnom rezonovanju. Binarna logika u aproksimativnom rezonovanju. Fuzzy propozicije. Pravila zaključivanja. Kompoziciona pravila. Reprerentacija značenja pravila. Kompletnost skupa pravila. Konzistentnost skupa pravila.

**IV. Fuzzy modeli.** Fuzzy relacije baze podataka. Fuzzy funkcionalne i viseznacne zavisnosti. Neke ekvivalentnosti fuzzy relacionih modela podataka i fuzzy logike. Primjene Fuzzy sistema.

#### Literatura:

1. **R. Kruse, J. Gebhard, F. Klawonn**, *Foundations of Fuzzy Systems*, John Wiley & Sons. 1995.
2. **D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank**, *An Introduction un Fuzzy Control*, Springer. 1996.
3. **R. Yager, D. Filev**, *Essentials of Fuzzy modeling and control*, John Wiley & Sons. 1954
4. **A. Kofman**, *Uvedenie v teorio necitkih mnozestv*, 1982
5. **L. Zadeh**, *The Concept of a Linguistic variable and its applications to approximate reasoning*, American Elsevier Publishing. New York 1973

**Program sačinili: dr. Zikrija Avdagić, vanredni profesor i dr. Nedžad Dukić**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

Nastavni predmet: *Napredne algoritamske tehnike*

Fond sati: 30

### **Nastavni sadržaj**

Tehnike analize i sinteze algoritama  
Primjena diferentnih jednačina u anlizi algoritama  
Sinteza algoritama indukcijom  
Eksterno sortiranje i pretraživanje  
Balansirana stabla  
Algoritmi sa stringovima i tokovima bita (Knuth-Morris-Pratt, Rabin-Karp, Boyer-Moore)  
Prepoznavanje uzoraka u tekstu  
Primjena konačnih automata u prepoznavanju uzoraka  
Teorija parsiranja  
Gramatike, leksički analizatori i prevodioci  
Tehnike kompresije podataka  
Probablistički metodi u razvoju algoritama  
Kriptološki algoritmi  
Algoritmi zasnovani na dinamičkom programiranju  
Tehnike iscrpne pretrage  
Tehnike grananja sa odsjecanjem  
Tehnike rada sa NP kompletnim problemima  
Heuristički pristup algoritmima  
Paralelne arhitekture i paralelni algoritmi  
Algoritmi na računarskim mrežama

### **Literatura:**

1. **R. Sedgewick**, *Algorithms in C++*, Addison Wesley Professional, 3<sup>rd</sup> Edition, 1998.
2. **G.J.E. Rawlins**, *Compard to What? An Introduction to the Analysis of Algorithms*, Computer Science Press, New York, 1998.

**Program sačinili:** *dr. Naser Prljača, vanredni profesor i dr. Željko Jurić*



### Nastavni program

#### I Algebarske nejednakosti.

1. Kako dokazivati algebarske nejednakosti
2. Nejednakosti između brojnih sredina
3. Težinske sredine i nejednakosti između njih
4. Nejednakost Koši-Bunjakovskog-Švarca
5. Bernulijeva nejednakost
6. Nejednakost Čebiševa
7. Nejednakost Helderera
8. Nejednakost Jensena
9. Nejednakost Njutn-Maklorena
10. Šurova nejednakost
11. Nejednakost Mijurheda
12. Nejednakost Hajgensa

#### II Geometrijske nejednakosti.

1. Nejednakost trougla
2. Nejednakost za uglove i stranice trougla
3. Erdeš-Mordelova nejednakost
4. Vašingtonova nejednakost
5. Neke stereometrijske nejednakosti
6. Žordanova nejednakost
7. Značajne trigonometrijske nejednakosti
8. Nejednakosti trougla u vezi  $R, r, P, s, h_a, h_b, h_c, m_a, m_b, m_c, s_\alpha, s_\beta, s_\gamma$
9. Nejednakosti u vezi kruga i poligona
10. Ojlerove nejednakosti

#### Literatura

1. **Š. Arslanagić**, *Matematika za nadarene*, Bosanska riječ, Sarajevo, 2004
2. **O. Bottema, and others**, *Geometric Inequalities*, Volters-Noordhof, Groningen, 1979
3. **G.H. Hardy, Y.E. Littlewood, G. Polya**, *Inequalities*, Cambridge Univ. Press, 1982
4. **D.S. Mitrinović**, *Analytic Inequalities*, Springer-Verlag, 1970
5. **D.S. Mitrinović, J.E. Pečarić, V. Volenec**, *Recent Advances in Geometric Inequalities*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1989
6. **D.S. Mitrinović, J.E. Pečarić, A.M. Fink**, *Classical and New Inequalities in Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1989

Program pripremio: *dr. Šefket Arslanagić, vanredni profesor*

### Nastavni program

1. **Jedan osvrt na Euklidsku geometriju.** Aksiomi indicije i aksiomi poretka. Aksiomi podudarnosti. Simetrija. Transformacije podudarnosti u ravni i primjene. Rotacija. Centralna simetrija. Translacija. Ravanska simetrija. Transformacije podudarnosti u prostoru. Aksiomi neprekidnosti. Aksiom podudarnosti i posljedice. Ekvivalenti

- aksiome podudarnosti. Translacija u euklidskoj ravni. Klizna simetrija. Sličnost. Teorem Talesa. Homotetija. Transformacije sličnosti u ravni i prostoru. Poliedar. Poliedarske površi i Ojlerov teorem o poliedrima.
2. **Jedan osvrt na geometriju Lobačevskog.** Neeuklidska teorija paralelnih pravih, prave i ravni u prostoru Lobačevskog. Osnovni oblici kretanja u ravni Lobačevskog. Ekvidistantne i ortocikle, ekvidistantna površina i orisfere. Elementarna geometrija na površinama prostora Lobačevskog. Glavne jednačine metričke geometrije Lobačevskog. Površina trougla. Metrička forma ravni Lobačevskog. Dvodimenzionalne mnogostrukosti. Parabolične prostorne forme. Eliptične prostorne forme. Hiperbolične prostorne forme.
  3. **Poenkareov model hiperbolične geometrije.** Uvodna razmatranja. Inverzije. Opis Poenkareovog modela. Aksiomi indicije i aksiomi poretka u Dekartovom modelu. Relacije "...je podudarno ..." i aksiomi podudarnosti u Dekartovom modelu. Aksiomineprekidnosti i aksiom podudarnosti. Nezavisnost aksioma neprekidnosti. Potpunost Hilbertovog sistema aksioma.

**Literatura:**

1. **H.B. Efimov**, *Higher Geometry*, Mir, Moscow, 1983
2. **M. Prvanović**, *Osnovi geometrije*, Građevinska knjiga, Beograd, 1980
3. **M.J. Greenberg**, *Euclidean and Non-Euclidean Geometry*, Thrid Edition: Development and History, Pub. W.H. Freeman, 1993
4. **P.J. Ryan**, *Euclidean and Non-Euclidean Geometry*, Pub. Cambridge University Press, 1986
5. **D. Hilbert**, *Foundations of Geometry*, Open CourtPublishing Company, 1971

**Program sačinila: dr. Mirjana Malenica, redovni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

**Nastavni predmet:** *Apstrakcija i generalizacija u algebri*

**Fond sati:** 30

### **Nastavni program**

**Algebarske strukture.** Polazeći od skupa prirodnih i cijelih brojeva i operacija nanjima doći do pojma binarne operacije, a zatim do pojma algebarske strukture. Grupoid, polugrupa, grupa, prsten, tijelo i polje. Primjeri grupa, prstena tijela i polja.

**Grupa permutacija.** Pojam permutacije. Kompozicija permutacija. Grupa permutacija. Alternirajuća grupa. Primjena permutacija.

**Djeljivost.** Generalizirati pojam djeljivosti cijelih brojeva na proizvoljne oblasti cijelih. Generalizirati pojam prostog broja. Ispitati koje se osobine cijelih brojeva mogu prenijeti na apstraktne oblasti i na taj način doći do pojmova: prsten glavnih ideala, Euklidov prsten i prsten sa jednoznačnom faktorizacijom.

**Ekstenzija prstena.** Pojam ekstenzije prstena. Prsten razlomaka (kao generalizacija racionalnih brojeva). Prsten polinoma. Osobine prstena polinoma nad Gausovim prstenima.

**Diofantske jednačine.** Linearne diofantske jednačine. Nelinearne diofantske jednačine. Rješavanje nelinearnih diofantskih jednačina primjenom ekstenzije prstena.

### **Literatura:**

1. **F.B. John**, *A First Course in Abstract Algebra*, Fourth edition, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1989
2. **H. Jamak**, *Algebra*, NIK Sezam, Sarajevo, 2004
3. **V. Perić**, *Algebra I*, Svjetlost, Sarajevo, 1991

**Program sačinio:** *dr. Hasan Jamak, vanredni profesor*

### Nastavni program

**UVOD.** Pojam slova, alfabeta i riječi u datom alfabetu. Pojam matematičke teorije (računa) R. Pojmovi: alfabet računa R, izraz računa R, aksiome računa R, pravila izvođenja računa R i dopustiva pravila računa R, jezik računa R. Pojam dokaza u računu R (ili R-dokaza), te dokazivog izraza u računu R (tj. R-teoreme).

**1. Logika iskaza (račun Ri).** Operacije u skupu iskaza (pravila izvođenja računa Ri, tj. Ri-pravila). Tablice istinitosti. Iskazne formule. Interpretacije logike iskaza. Iskazne tautologije (kao dopustiva Ri pravila). 20-tak najvažnijih primjera iskaznih tautologija i komentari u vezi sa njima. Semantički ekvivalentne iskazne formule i klase ekvivalencije. Boolova (iskazna) funkcija. Normalne forme iskaznih formula:

- Normalna disjunktivna forma (kraće n.d.f.);
- Normalna konjunktivna forma (kraće n.k.f.);
- Savršena normalna disjunktivna forma (kraće s.n.d.f.) i
- Savršena normalna konjunktivna forma (kraće s.n.k.f.).

Svođenje zadate iskazne formule na njenu s.n.d.f. odnosno na njenu s.n.k.f. Primjeri i komentari. Dokaz da je Boolova funkcija određena (do semantički ekvivalentne formule u kojoj učestvuju jedino logičke operacije negacija, konjunkcija i disjunkcija). Napomena o aksiomatskom zasnivanju logike iskaza.

**2. Logika predikata (račun Rp).** Pojam predikata dužine  $n \in N_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$  definisanog na skupu  $S \neq \emptyset$ . Oblast istinitosti predikata. Identički istiniti i identički lažni predikat. Primjeri i komentari. Logičke operacije u skupu predikata (pravila izvođenja Rp- računa ili Rp-pravila). Predikatske formule (Rp-formule). Veza univerzalnog kvantora sa konjunkcijom i veza egzistencijalnog kvantora sa disjunkcijom. De Morganovi zakoni u Rp-računu. Pojam vezane (fiktivne) i slobodne promjenljive. Jednakost predikata kao funkcija. Pridruživanje četiri jednomjesna predikata i osam iskaza proizvoljnom dvomjesnom predikatu (drvo dvomjesnog predikata). Dokaz različitosti (u parovima) četiri jednomjesna predikata pridružena dvomjesnom predikatu  $P(x,y)$ . Dokaz semantičke ekvivalentnosti iskaza dobijenih od dvomjesnog predikata  $P(x,y)$  vezivanjem obje promjenljive istoimenim kvantorima. Dokaz veze istinitosnih vrijednosti iskaza dobijenih od dvomjesnog predikata  $P(x,y)$  vezivanjem obje promjenljive raznoimenim kvantorima. Primjeri i komentari. Ograničeni račun predikata (ORP). Predikat jednakosti na skupu  $S \neq \emptyset$ . Atomarne pravilno građene figure (APGF). Polazni (bazni) skup predikata. Zatvorene pravilno građene figure (ZPGF) ili iskazi ORP. Primjeri ORP. Napomena o aksiomatskom zasnivanju logike predikata. Veza teorije predikata i teorije skupova (skupovna interpretacija teorije predikata). Veza između razbijanja skupa i binarne relacije koja je relacija ekvivalencije na tom skupu.

**3. O pojmu, definiciji, zaključivanju i dokazivanju.** Pojam. Obim i sadržaj pojma. Klasifikacije pojmova:

- Pojedinačni, posebni i opšti,
- Jasni i nejasni;
- Konkretni i apstraktni.

Vrsni i rodni pojmovi i kategorije.

Definicija. Definiendum i definiens. Ekvivalentne definicije. Vrste definicija: analitička, sintetička, operacionalna, korektna i karakteristična definicija. Pravila koja treba da zadovoljava definicija. Pojam zaključka u nekome računu R (pojam R-zaključka) i pojam dokaza u nekome računu R (pojam R-dokaza). Osnovne metode zaključivanja i dokazivanja u računima Ri i Rp. Neposredno (direktno) i posredno (indirektno) zaključivanje. Primjeri i komentari. Silogizam. Neposredno zaključivanje po opoziciji (zaključivanje pomoću logičkog kvadrata). Odnosi suprotnosti, podređenosti, potsuprotnosti i protivrječnosti

između univerzalno afirmativnih, partikularno afirmativnih, univerzalno negativnih i partikularno negativnih predikativnih iskaza. Primjeri i komentari. Neposredno (direktno) i posredno (indirektno) dokazivanje. Progresivni (sintetički) i regresivni (analitički) hod u direktnom dokazu. Primjeri i komentari. Dokazivanje tvrdnji jednog od specijalnih oblika:

- Oblika implikacije  $P \rightarrow Q$ ;
- Oblika ekvivalencije  $P \leftrightarrow Q$ ;
- Oblika jednakosti  $L = D$ ;
- Oblika nejednakosti  $L \leq D$ .

Primjeri i komentari. Dokazivanje tvrdnji metodom matematičke (potpune) indukcije. Primjeri i komentari.

#### **Literatura:**

1. **M. Pepić**, *Uvod u matematiku*, UM BiH, Sarajevo, 2000.
2. **M. Pepić**, *O matematičkom mišljenju*, Naša Škola, Časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanja. Godina XLIX broj 25, Sarajevo 2003.
3. **M. Pepić**, *O Logici predikata*, Naša Škola, Časopis za teoriju i praksu odgoja i obrazovanja. Godina XLIX broj 26, Sarajevo 2003.
4. **Yu.L. Ershov, E.A. Palytin**, *Mathemicheskaya logika*, Nauka, Moskva, 1987.

**Program sačinio: dr. Medo Pepić, vanredni profesor**

PRIRODNO-MATEMATIČKI FAKULTET  
UNIVERZITETA U SARAJEVU  
ODSJEK ZA MATEMATIKU  
Postdiplomski studij

Nastavni predmet: *Historija i filozofija matematike*

Fond sati: 30

### **Nastavni program**

Osnovni cilj predmeta je upoznavanje sa evolucijom modernih matematičkih koncepata i mjestom i ulogom matematike u historiji ideja.

Aksiomatski metod. Peti Euklidov postulat. Geometrija Lobačevskog. Hipoteza kontinuuma.

Infinitesimalni račun. Aritmetizacija analize.

Metod koordinata. Diferencijalna geometrija.

Od aritmetike ka apstraktnoj algebri.

Funkcionalna analiza.

Topologija. Teorijsko-skupovna i algebarska.

Teorija mjere i teorija vjerovatnoće.

Zasnivanje matematike. Logicizam. Intuicionizam. Formalizam Gödelov teorem.

Teorijska kompjuterska nauka.

Profesionalna kultura matematičara. Centri matematičke izvrsnosti. Profesionalna udruženja. Internacionalni kongresi matematičara. Fieldsova medalja i druge nagrade za izuzetna dostignuća. MathSciNet, EMIS i druge baze bibliografskih podataka. Klasifikacija matematičkih nauka.

### **Literatura:**

1. **J. Dieudonné**, *Mathematics-The music of reason*, Springer, 1992
2. **I. Grattan-Guinness** (ed), *Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences, Vol. 1. and 2.*, The Johns Hopkins University Press, 2003

**Program sačinio: dr. Muharem Avdispahić, redovni profesor**

### **Nastavni program**

1. Djeljivost. Najveći zajednički djelilac. Euklidov algoritam.
2. Prosti brojevi. Fundamentalni teorem aritmetike.
3. Definicija i osnovne osobine kongruencija. Klase ostataka po modulu. Potpuni i redukovani sistemi ostataka.
4. Eulerova phi-funkcija. Osobine Eulerove funkcije.
5. Wilsonov i Eulerov teorem. Primjene Wilsonovog i Eulerovog teorema.
6. Linearne i polinomijalne kongruencije. Lagrangeov teorem.
7. Sistemi linearnih kongruencija. Kineski teorem o ostacima. Primjene kineskog teorema o ostacima.
8. Kvadratni ostaci. Legendreov simbol i njegove osobine.
9. Eulerova i Gaussova lema. Zakon kvadratnog reciprociteta.
10. Primjene zakona kvadratnog reciprociteta. Jakobiev simbol.
11. Primjene na Diofantove jednačine.
12. Red broja po datom modulu. Osobine reda broja po datom modulu.
13. Teoremi egzistencije primitivnih korijena.
14. Načini određivanja primitivnih korijena i primjena.
15. Indeksni račun.

### **Literatura:**

1. **J. J. Tattersall**, *Elementary number theory in nine chapters*, Cambridge University Press, 2001
2. **T. M. Apostol**, *Introduction to analytic number theory*, UTM Springer, 1998
3. **A. A. Gioia**, *The theory of numbers, an introduction*, Dover Publications, 2001

**Program sačinila:** *dr. Lejla Smajlović, docent*

### **Nastavni program**

#### **I Posebne odredbe.**

1. Misaone operacije u matematici i njihov značaj za razvijanje matematičkog mišljenja
2. Razne metode rješavanja matematičkih zadataka i problema
3. Metoda dvaju geometrijskih mjesta
4. Dekartova metoda
5. Rekurzija
6. Superpozicija

#### **II Na putu prema općoj metodi.**

1. O zadacima
2. Proširivanje područja primjene metode
3. Geometrijsko predočenje procesa rješavanja
4. Plan i program rješavanja zadataka
5. Zadaci unutar zadataka
6. Rađanje ideje
7. Umni rad
8. Disciplina uma
9. Pravila otkrića
10. O učenju, proučavanju i učenju proučavanja
11. Dosjetka i znanstvena metoda

#### **Literatura:**

1. **Š. Arslanagić**, *Aspekti nastave matematike za rad sa nadarenim učenicima srednjoškolskog uzrasta*, Udruženje matematičara BiH, Sarajevo, 2001
2. **Š. Arslanagić**, *Matematička indukcija*, Otisak, Sarajevo, 2001
3. **Š. Arslanagić**, *Matematika za nadarene*, Bosanska riječ, Sarajevo, 2004
4. **J. Cofman**, *What to Solve? Problems and suggestions for young Mathematicians*, Clarendon Press, Oxford, 1990
5. **J. Cofman**, *Numbers and shapes revisited, More problems for young Mathematicians*, Clarendon Press, Oxford, 1995
6. **G. Polya**, *Kako riješiti matematički zadatak*, Školska knjiga, Zagreb, 1966
7. **G. Polya**, *Matematičko otkriće*, Hrvatsko matematičko društvo, Matkina biblioteka, Zagreb, 2003
8. **I. Lakatos**, *Dokazi i opovrgavanja*, Školska knjiga, Zagreb, 1991
9. **A. Engel**, *Problem-Solving Strategies*, Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, 1998.

**Program sačinio:** *dr. Šefket Arslanagić, vanredni profesor*



### **Nastavni program**

**Istorijski razvoj graduacija.** Pojam graduacije je veoma star. Susrećemo ga već kod Egipćana i Grka ("množenje segmenata"), zatim Vavilonjana, pa ponovo, krajem XVI i početkom XVII vijeka kod: Diophante-a, Viète-a, Descartes-a, preko XVIII vijeka, i Eulera, koji, kao prvi daje definiciju homogenog polinoma i uopšte homogene realne funkcije, pa do kraja XIX i početka XX vijeka kada se poslije Eulera, odgovarajući pojmovi homogenosti i "gradusa" (koji je analogon pojmu stepena) pojavljuju i u raznim drugim strukturama, kao što su na pr. **težina** (polinoma i funkcija), **dimenzija** (geometrijskih i topoloških objekata), **red** (diferencijalnih operatora), itd. Najzad se kod Samuela i Zariskog, u geometriji i algebarskoj topologiji, susrećemo s opštim  $\mathbb{Z}$ -graduiranim prstenom ili s nešto opštijom graduacijom u  $(\mathbb{Z}^2, \mathbb{Z}^3, \dots, \mathbb{Z}^n)$ . Graduירani prsteni čije su graduacije sadržane u nekoj Abelovoj grupi, proučavao je Chevalley, ali se prvi, relativno (ali ne dovoljno) opšt pojam graduירane grupe i prtena pojavljuje u Bourbakia, praćen ograničavajućim uslovima za koje ne postoji opravdanje. I na kraju, polazeći od Bourbakieve definicije Marc Krasner daje najopštiju definiciju graduacije. Na njegove radove se nadovezuju Krasnerovi doktoranti Marcel Chadeyras i Emmanuel Halberstadt, u svojim doktorskim disertacijama, u slučaju Noetherine, odnosno Artinove teorije homogenosti za komutativne, odnosno nekomutativne, prstene. I na kraju kao teorija najopštijih graduירanih struktura pojavljuju se extra- i para-graduירane strukture (grupe, prsteni i moduli) kao rezultat saradnje predavača ovog kursa sa Marcom Krasnerom, poznatim francuskim matematičarom.

#### **Literatura:**

1. **M. Krasner**, *Le vieux qui est neuf*, Revue Roumaine de mathématiques pure et appliquées, Tome XXVII, No. 4, 1982, 30 str.
2. **M. Krasner**, *Anneaux Gradués généraux*, Colloque d'Algèbre Rennes, 1980, 209/308
3. **M. Chadeyras**, *Essai d'une théorie noetherienne homogène pour les anneaux commutatifs dont la graduation est aussi générale que possible*, Suppl. Bull. Soc. Math. France, Memoire 22, 1970, 143 str.
4. **E. Halberstadt**, *Théorie Artinienne homogène des anneaux gradués a grade non commutatifs réguliers (doktorska disertacija)*, Faculté des Sciences de Paris, Université "Pierre et Marie Curie", 1971, 178 str.
5. **M. Krasner, M. Vuković**: *Structure Paragraduées (Groupes, Anneaux, Modules)* monografija, Queen's Papers in Pure and Applied Mathematics/No. 77, Queen's University, Kingston, Ontario, Canada, 1987, 163 str.

**Program sačinila: dr. Mirjana Vuković, redovni profesor**