

Šifra modula	PMAT 220	Fakultet	PMF Sarajevo
--------------	----------	----------	--------------

## *Linearna algebra*

### NASTAVNI PROGRAM

#### A. OPŠTI PODACI

Fakultet	Prirodno-matematički fakultet Univerziteta u Sarajevu				
Odsjek	Odsjek za matematiku				
Smjer	Svi smjerovi				
Semestar	Treći				
Naziv modula	Linearna algebra				
Tip modula	Obavezni				
Broj kreditnih bodova	6				
Kontakt sati	Ukupno	Predavanja	Vježbe	Seminari	Konsultacije
	90	45	30	0	15
Samostalni rad (sati)	60				
Obavezni prethodno položeni moduli	Analitička geometrija; Uvod u linearnu algebru				
Modul relevantan za module	Grupe, prsteni i moduli; Opća algebra; Uvod u opću algebru sa primjenama; Algebra za kompjuterske nauke				
Nastavno osoblje					
– Nastavnik nosilac modula	Prof. dr. Hasan Jamak				
– Ostali nastavnici	Prof. dr. Mirjana Vuković				
– Asistenti	Manuela Muzika-Dizdarević; Damir Hasić; Amil Pečenković				

#### B. CILJEVI MODULA

Linearna algebra je grana matematike koja proučava vektore, vektorske prostore, linearne transformacije i sisteme linearnih jednačina. Vektorski prostori su centralna teme moderne matematike, pa je linearna algebra našla primjenu u apstraktnoj algebri i funkcionalnoj analizi. Isto tako, linearna algebra ima svoju primjenu u društvenim, prirodnim i tehničkim naukama jer mnogi nelinearni problemi često mogu biti aproksimirani sa linearnim modelima. Zbog toga je cilj ovog modula da studentima omogući sticanje kvalitetnih znanja o svojstvenim vrijednostima matrice i formama matrica i linearnih transformacija vektorskog prostora konačne dimenzije.

#### C. SPECIFIČNI ZADACI MODULA

Budući da su studenti već ovladali pojmom linearnog preslikavanja i matrice reprezentacije linearnih preslikavanja u ovom kursu se pažnja usmjerava na pronalaženje baza vektorskog prostora u odnosu na koju linearna transformacija tog prostora ima što jednostavniji oblik. Zbog toga se pažnja usmjerava na ostvarivanje sljedećih ciljeva:

- Usvajanje tehnika nalaženja svojstvenih vrijednosti i pripadnih svojstvenih vektora linearne transformacije konačno-dimenzionalnog vektorskog prostora;
- Ovladaoavanje pojmom dijagonalizacije linearne transformacije i usvajanje tehnika za ispitivanje da li je neka linearna transformacija dijagonalizibilna ili nije;
- Ovladavanje pojmom metričkog, normiranog i unitarnog vektorskog prostora;
- Ovladavanjem pojmovima Žordanove i racionalne forme matrica;
- Ovladavanjem pojma bilinearnih i kvadratnih formi i njihovoj primjeni u praksi.

#### D. OČEKIVANI REZULTATI NASTAVNOG PROCESA

Nakon uspješnog završetka modula student će:

- Ovladati tehnikama izračunavanja determinanti  $n$ -tog reda;
- Ovladati tehnikama nalaženja svojstvenih vrijednosti matrice;
- Pravilno shvatiti pojam skalarnog proizvoda u apstraktnom vektorskom prostoru;
- Steći dojam o ulozi koji proces linearizacije ima u matematičkom modeliranju raznih prirodnih pojava;
- Naučiti primjenjivati stečena znanja u različitim oblastima matematike i drugih naučnih disciplina.

## E. SADRŽAJ NASTAVNOG PROCESA

Br.	Nastavna jedinica	Nastavni metod	Sati rada	
			Kontakt	Samostalno
1.	Svojtvene vrijednosti i svojstveni vektori linearne transformacije vektorskog prostora. Karakteristični polinom.	Monološka i dijaloška metoda na predavanjima, a na vježbama metod demonstracije	6	4
2.	Problem dijagonalizacije linearne transformacije konačno-dimenzionalnog vektorskog prostora.	– II –	6	4
3.	Limesi matrica. Tranzicione matrice. Gerschgorinov disk.	– II –	6	4
4.	Invarijantni potprostori. Cayley-Hamiltonov teorem.	– II –	6	4
5.	Metrički i normirani prostori. Ekvivalentne norme.	– II –	6	4
6.	Skalarni proizvod. Unitarni prostor.	– II –	6	4
7.	Gram-Schmitov postupak ortogonalizacije. Ortogonalni komplement. Gramova matrica.	– II –	6	4
8.	Adjungovana linearna transformacija i adjungovana matrica. Primjena adjungovanih matrica.	– II –	6	4
9.	Schurov teorem. Normalna linearna transformacija. Hermitska linearna transformacija.	– II –	6	4
10.	Unitarne i ortogonalne linearne transformacije i matrice i njihova primjena.	– II –	6	4
11.	Ortogonalne projekcije. Spektralni teorem.	– II –	6	4
12.	Bilinearne i kvadratne forme.	– II –	6	4
13.	Generalizirani svojstveni potprostori. Jordanova forma matrica. Dot dijagram.	– II –	6	4
14.	Minimalan polinom.	– II –	6	4
15.	Racionalna forma matrica.	– II –	6	4

## F. PROVJERA ZNANJA I OCJENJIVANJE

Provjera znanja – kriteriji			Ocjenjivanje		
Kriterij	Maksimalan broj bodova	Bodovi za prolaz	Osvojen broj bodova	Ocjena (BiH)	ECTS ocjena
Domaće zadaće (4 zadaće)	20	10	< 55,00	5	F
Testovi tokom kursa (2 testa)	40	20	55,00 – 64,99	6	E
Pismeni završni ispit	40	25	65,00 – 74,99	7	D
			75,00 – 84,99	8	C
			85,00 – 94,99	9	B
			95,00 – 100,00	10	A
<b>Ukupno</b>	<b>100</b>	<b>55</b>			

## G. LITERATURA

### Osnovna literatura:

1. H. Jamak, Linearna algebra-skripta, PMF Sarajevo, 2009.
2. S.H. Fridberg, A.D. Insel, L.E. Spence, Linear algebra, Prentice Hall, New Jersey, 2003.
3. K. Hoffman, R. Kunze, Linear Algebra, Prentice Hall, New Jersey, 1971.
4. V. Perić, Linearna algebra, Svjetlost Sarajevo, 1991.

### Dopunska literatura:

1. K. Horvatić, Linearna algebra, Matematički odjel Prirodoslovno-matematički fakultet, Zagreb, 1999.
2. J. T. Moore, Elements of Linear Algebra and Matrix Theory, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1969.
3. G. E. Shilov, Linear Algebra, Dover publications, inc., New York, 1977.
4. S. Leng, Linear algebra, Springer-Verlag, New York, 1989.
5. G. Kalajdžić, Linearna algebra, MAM, Vesta-Matematički fakultet, Beograd, 1998.
6. S. Kurepa, Konačnodimenzionalni vektorski prostori i primjene, Tehnička knjiga, Zagreb, 1967.
7. I.N. Herstein, Topics in Algebra, Blaisdell Publishing Company, Waltham, Massachusetts, 1964.